

Nahfelduntersuchungen an Kegelantennen
mit elliptischem Querschnitt

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Philipps-Universität zu Marburg

vorgelegt von

Wolfgang Keydel

aus Berlin

Marburg 1967

Nahfelduntersuchungen an Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Philipps-Universität zu Marburg

vorgelegt von

Wolfgang Keydel

aus Berlin

Marburg 1967



Von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Philipps-Universität Marburg/Lahn als

Dissertation angenommen am 15. 12. 1967

Tag der mündlichen Prüfung: 20. 12. 1967

Berichterstatter: Prof. Dr. Wolter

Mitberichterstatter: Prof. Dr. Großmann

Inhaltsverzeichnis

Nahfelduntersuchungen an Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt

1. Einleitung	1
1.1. Thema und Ziel der Arbeit	1
1.2. Rückblick auf bereits vorliegende Arbeiten über Nahfeldmessungen	2
2. Messverfahren zur Bestimmung der elektromagnetischen Felder und der Stromverteilungen auf der Oberfläche von Dipolantennen	2
2.1. Physikalische Grundlagen	3
2.2. Die induktive Sonde	3
2.3. Der Messaufbau	6
2.3.1. Die Sonde im Strahlungsraum des Nahfeldes	6
2.3.2. Messschaltung zur Bestimmung der relativen Amplituden und Phasen von elektromagnetischen Feldern auf Dipolstrahlern	7
2.3.3. Die Eichung der Messapparatur	11
2.4. Die kapazitive Sonde	16
2.5. Konstruktion und Ausführung der Antennen	17
2.5.1. Die Konstruktion des Lineardipols und der rotationssymmetrischen Kegelantennen	17
2.5.2. Die Konstruktion der sektorförmigen Flächenantennen	18
3. Die Verteilung der elektromagnetischen Felder und der Ströme auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegeldipolen	21
3.1. Das Messprogramm und die Systematik der Untersuchungen	21
3.2. Der Zusammenhang zwischen dem magnetischen Feld und der Stromverteilung auf rotationssymmetrischen Kegeln	22
3.3. Das magnetische Feld und die Stromverteilung auf dem Lineardipol	23
3.4. Elektromagnetische Felder auf rotationssymmetrischen Kegelantennen	26
3.4.1. Berechnung der Nahfelder von am Ende offenen Kegeldipolen	26

3.4.2. Die gemessene Verteilung elektromagnetischer Felder auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegeldipolen	34
3.5. Die Stromverteilung auf rotationssymmetrischen Kegeldipolen	47
3.6. Die Ergebnisse der Messungen an rotationssymmetrischen Kegeldipolen	51
4. Die Verteilung des magnetischen Feldes auf der Oberfläche von ebenen Kreissektordipolen	52
4.1. Das Messprogramm und die theoretischen Grundlagen der experimentellen Untersuchungen	52
4.2. Das magnetische Feld auf der Oberfläche von ebenen Kreissektordipolen	53
4.3. Die Ergebnisse der Nahfeldmessungen an flächenhaften, ebenen Kreissektordipolen	61
5. Die Berechnung von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt unter Anwendung der Schwingerschen "Methode der stationären Darstellung"	62
5.1. Einleitende Betrachtungen	62
5.2. Die Schwingersche "Methode der stationären Darstellung"	63
5.3. Aufgabenstellung und Formulierung des Randwertproblems	64
5.4. Die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen in elliptischen Kegelkoordinaten	65
5.4.1. Das Debyesche Potential im Aussenraum	69
5.4.2. Das Debyesche Potential im Innenraum	70
5.4.3. Die Darstellung des magnetischen Feldes im Innen- und Aussenraum	72
5.5. Die Integralgleichung für das Feld im offenen Ende der elliptischen Kegelantenne	74
5.5.1. Die Orthogonalitätsrelationen der Lösungsfunktionen	75
5.5.2. Die Integralgleichung für das elektrische Feld	76
5.6. Eine stationäre Darstellung für den Reflexionskoeffizienten der TEM - Welle in einer elliptischen Kegelantenne	78
5.7. Anwendung auf rotationssymmetrische Kegelantennen	80
5.8. Berechnung des Reflexionskoeffizienten von Kegel-	

antennen mit elliptischem Querschnitt in erster Näherung	82
5.9. Zusammenfassende Betrachtungen	84
6. Zusammenfassung und Schluss	85
Literaturverzeichnis	87



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Nahfelduntersuchungen an Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt

1. Einleitung

1.1. Thema und Ziel der vorliegenden Arbeit

In der vorliegenden Arbeit werden die Nahfelder von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt untersucht. Das Ziel der Arbeit ist, auf experimentellem Wege das magnetische Feld auf der Oberfläche von kreissektorförmigen Flächendipolen und von rotationssymmetrischen Kegelantennen nach Betrag und Phase zu ermitteln. Aus den gemessenen Nahfeldern sollen die Beträge und Phasen der Stromverteilungen auf breitbandigen Kegeldipolen bestimmt werden. Die Nahfeldmessungen an flächenhaften Sektorantennen werden durchgeführt, um die von Blume [1,2] für diese Strahler aufgestellte Theorie experimentell zu bestätigen.

In einem Teil der Arbeit wird eine Theorie vorgelegt, in der die Schwingersche "Methode der stationären Darstellung" [3,4] zur Berechnung von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt benutzt wird. Damit findet diese Methode erstmals Anwendung auf unsymmetrische, d.h. nicht rotationssymmetrische Strahler.

In der von Blume [1,2] aufgestellten Theorie wird ebenso wie auch im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit bei der Berechnung der Kenngrößen von sektorförmigen Flächenstrahlern im Nahfeld der Antenne, innerhalb der Apertur, nur die TEM - Welle berücksichtigt. Die höheren, dort zweifellos mitangeregten Wellentypen werden in die Rechnung nicht mit einbezogen; beide Theorien stellen nur eine erste Näherung dar. Eine Erweiterung auf eine Näherung höherer Ordnung, d.h. die Berücksichtigung der höheren Wellentypen im Nahfeld, stösst auf grosse mathematische Schwierigkeiten. Deswegen werden im folgenden die exakten Nahfelder von sektorförmigen Flächenantennen und die daraus resultierenden Flächenstromdichten experimentell bestimmt.

Nahfelder, Stromdichten und Stromverteilungen von rotationssymmetrischen Kegelantennen und ebenen Flächenantennen sind bisher noch nicht gemessen worden. Mit den vorliegenden Untersuchungen kann der gesamte Komplex der Arbeiten über breitbandige Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt, in dem flächenhafte Sektorantennen und rotationssymmetrische Kegelantennen als

Grenzfälle enthalten sind, als abgeschlossen gelten.

1.2. Rückblick auf bereits vorliegende Arbeiten über Nahfeldmessungen.

In den Arbeiten von T. Morita [5] , D. Angelakos [6] , W. Webb und R. Raymond [7] und G. Barzilai [8] sind die Nahfelder und damit die Stromverteilungen auf zylindrischen Dipolstrahlern nach Betrag und Phase experimentell ermittelt worden. I.D. Kraus und I.C. Williamson [9] , M. Aronoff [10] und I.A. Marsh [11] haben die Stromverteilung auf Spiralantennen gemessen. In allen Fällen kam man zu einer guten Übereinstimmung der gemessenen Felder mit den theoretisch erwarteten Werten. In dem umfassenden Werk von King [13] über Linearantennen sind die wichtigsten Arbeiten über Nahfeldmessungen an Lineardipolen zusammengefasst und deren Ergebnisse ausführlich diskutiert. Auch dort wird die Übereinstimmung von Theorie und Experiment deutlich hervorgehoben.

Da die Richtcharakteristik des Fernfeldes einer Antenne von der Feldstärkeverteilung auf der Antennenoberfläche wesentlich bestimmt wird, ist besonders bei der Konstruktion und Neuentwicklung von Antennen die Kenntnis des Nahfeldes sehr wertvoll. So kann man z.B. aus der Feldverteilung auf der Strahleroberfläche die Richtcharakteristik des Fernfeldes berechnen und dabei Aufschlüsse gewinnen über diejenigen Ursachen, die zu einer bestimmten, erwünschten oder unerwünschten Form des Richtdiagrammes führen. Mit Nahfeldmessungen ist man auch in der Lage, diejenigen Stellen auf einer Antennenoberfläche zu ermitteln, an denen zweckmässig Halterungen und Befestigungen angebracht werden können, ohne dass dadurch das Fernfeld gestört wird. Antennenelemente, auf denen die Stromdichte verschwindet, sind entbehrlich, weil diese Elemente oder Flächenstücke zum Fernfeld keinen wesentlichen Beitrag leisten, ein aus Material- und Aufwandsparnisgründen für die Industrie sehr wichtiger Gesichtspunkt.

2. Messverfahren zur Bestimmung der elektromagnetischen Felder und der Stromverteilungen auf der Oberfläche von Dipol - Antennen

2.1. Physikalische Grundlagen

In den folgenden Kapiteln soll ein Verfahren zur Messung magnetischer Felder auf Antennenoberflächen entwickelt werden. Die magnetische Feldstärke elektromagnetischer Wellenfelder kann grundsätzlich mit induktiven Sonden gemessen werden. Diese Sonden werden als Spulen mit einer Windung ausgeführt, sie haben bei koaxialer Sondenzuleitung die Form von unsymmetrischen Schlingen (Abb. 1). Bringt man eine solche Sonde dergestalt in ein magnetisches Wechselfeld, dass die Feldlinien die Spulenfläche durchsetzen, dann wird in der Spule eine Spannung induziert, die dem Magnetfeld am Spulenort proportional ist; die in der Spule induzierte Spannung ist also ein Mass für die Amplitude des untersuchten Magnetfeldes. Überlagert man dieser Spannung eine Vergleichsspannung bekannter Phase und gleicher Frequenz, die man der Energiequelle des erregten Feldes entnimmt, so treten beide Spannungen miteinander in Interferenz; durch eine definierte Phasenverschiebung der Vergleichsspannung kann man die Summe beider Spannungen auf einen maximalen oder minimalen Wert abgleichen. Damit hat man die Möglichkeit, die relativen Phasen des untersuchten Feldes festzustellen.

2.2. Die induktive Sonde



Abb. 1. Induktiv - kapazitive Sonde. Isolation schraffiert

In Abb. 1 ist eine induktive Sonde schematisch dargestellt. Die SONDENSCHLINGE wird durch den aus einem Koaxial verlängert herausragenden und entsprechend zurechtgebogenen Innenleiter gebildet. Bezeichnet man mit H die induzierende Feldstärke, mit F_s die Schlingenfläche, mit μ_0 die Permeabilität des Raumes und mit U_{sm} die induzierte SONDENSCHLINGENSCHWUNGSAMPLITUDE, so gilt bei der Kreisfrequenz ω

$$U_{sm} = -i\omega \mu_0 F_s H \quad (2.1)$$

Die SONDENSCHLINGENSCHWUNGSAMPLITUDE hat aber noch einen von der elektrischen

Feldstärke E herrührenden Anteil, der sich der Spannung (2.1) überlagert. In [14,15] wird für den elektrischen Anteil U_{se} der Sondenspannung folgende Beziehung hergeleitet:

$$U_{se} \approx -\omega^2 L C l E \quad (2.2)$$

Dabei bedeutet L die Sondeninduktivität, C die Kapazität zwischen der Sonde und dem das Feld erregenden Leiter, im vorliegenden Fall der Antenne, und l die effektive Länge des als Empfangsantenne wirkenden Sondenbügels.

U_{sm} und U_{se} sind in der Phase um 90° gegeneinander verschoben, die Amplituden beider Spannungen liegen in der gleichen Grössenordnung. Eine Sonde nach Abb. 1 ist demnach eine gemischt induktiv - kapazitive Sonde. Aus der gemischt induktiv - kapazitiven Sonde kann man entweder durch Anbringen eines Kompensationsbügels [14,15] oder durch eine teilweise Abschirmung der Schlinge [5,6,13] eine rein induktive Sonde herstellen. Kompensationsbügel und Abschirmung arbeiten nach dem gleichen, in [15] durchgerechneten Prinzip. Die in der vorliegenden Arbeit benutzte Sonde wurde in Anlehnung an [5,6] mit einer halbseitigen Abschirmung versehen. Die Abschirmung

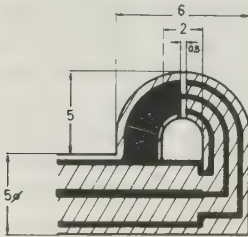


Abb. 2. Rein induktive Sonde. Masse in mm.

hat gegenüber dem Kompensationsbügel, der an gleicher Stelle aber nur an der Aussenseite der Schlinge angebracht wird, den Vorteil der grösseren Stabilität.

Die Abschirmung verringert den Einfluss des elektrischen Feldes auf die Sondenschlinge und damit den elektrischen Anteil der Sondenspannung. Darüber hinaus induziert der vom elektrischen Feld hervorgerufene und über die Abschirmung fließende Strom in der Schlinge eine Kompensationsspannung, die dem kapazitiven Teil der Sondenspannung entgegengerichtet ist [14]. Die Amplitude dieser Sondenspannung ist abhängig von der Länge der Abschirmung. Wählt man die Abschirmungslänge so gross, dass die Kompensationsspannung gerade die Grösse des elektrischen Anteils der Sondenspannung hat, dann erhält man eine rein induktive Sonde. Theoretisch ist bei kreisförmigen Schlingen die Kompensation

genau dann optimal, wenn die Abschirmung bis zur höchsten Stelle der Sondenmitte reicht. Die Güte der Kompensation kann man mit Hilfe einer geschlitzten Messleitung experimentell nachprüfen [14,15]. Stellt man auf einer kurzgeschlossenen Messleitung die Lage der Energieminima einmal mit einer rein induktiven und einmal mit einer rein kapazitiven Sonde fest, so muss in beiden Fällen die Verschiebung der Minima gegeneinander $\frac{\lambda}{4}$ betragen, wenn λ die Wellenlänge des Energiefeldes auf der Messleitung ist. Bei einer gemischt induktiv - kapazitiven Sonde an Stelle der rein induktiven ist dies aber nicht der Fall, die Lagen der Minima sind um $\Delta L \neq \frac{\lambda}{4}$ gegenüber den mit der kapazitiven Sonde gemessenen verschoben. ΔL ist somit ein Mass für die Kompensation. Bei Drehung einer gemischt induktiv - kapazitiven Sonde um 180° in der Leitung misst man eine Minimumverschiebung um Δx . Wegen der Phasenbeziehungen zwischen den Feldern auf der Leitung einerseits und den in der Sonde induzierten Spannungen andererseits gilt:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} - 2 \Delta L \quad (2.3)$$

Bei $\Delta x = 0$ hat man eine rein induktive Sonde.

In der vorliegenden Arbeit wurde zu dieser Messung eine Rohde u. Schwarz UHF - Messleitung, Type LMD - BN 3926/60 benutzt. Die Länge der Sondenabschirmung wurde so lange variiert, bis bei Drehung der Sonde im Schlitz der Leitung um 180° keine Verschiebung des Minimums mehr festzustellen war. Diese Prüfung wurde jeweils bei Frequenzen von 1000 MHz und 1500 MHz vorgenommen.

Neben der Forderung, dass die Sonde rein induktiv sein muss, sind noch weitere Ansprüche an eine Messsonde zur Bestimmung des magnetischen Nahfeldes einer Antenne zu stellen. Zum einen muss die Sonde klein sein gegen die Wellenlänge des zu messenden Feldes und gegen die Antennenabmessungen, aber so gross, dass die induzierten Spannungen von einem Messempfänger noch registriert werden können; zum anderen müssen die elektrischen, hochfrequenztechnischen Eigenschaften der Sonde und des angeschlossenen Messkabels so bemessen werden, dass eine stossfreie Anpassung an den Messempfänger gewährleistet ist.

In Abb. 2 ist der benutzte Sondentyp, der allen Anforderungen gerecht wird, in einer Skizze beschrieben. Für den abge-

schirmten Sondenteil wurde ein Amphenol - Kabel, Type RG - 178 A verwendet; der nicht abgeschirmte Teil der SONDENSCHLINGE bestand aus dem Aussenleiter des gleichen Kabeltyps, an Stelle der Innenisolation und des Innenleiters wurde Lötzinn in den Aussenleiter gebracht. Dadurch erhielt die Sonde eine ausreichende Stabilität. Über einen Amphenol Subminax - Stecker der Serie 27, Type 27 - 1/27 - 2 wurde die Sonde an ein koaxiales Messkabel, Amphenol Type RG - 174 U angeschlossen. Dieses Kabel führte zu einem Messempfänger, der die in der Sonde induzierte Spannung registrierte. Alle diese Bauelemente hatten einen Wellenwiderstand von 50 Ohm.

2.3. Der Messaufbau

2.3.1. Die Sonde im Strahlungsraum des Nahfeldes

Bei Feldmessungen auf Antennenoberflächen ist sorgfältig darauf zu achten, dass die Messanordnung das zu messende Feld nicht unzulässig verändert. Sonden, Zuleitungskabel und Halterungen, die sich in unmittelbarer Nähe der Antenne im Strahlungsraum befinden, stören das ursprüngliche Feld und verfälschen die Messungen. Diese Fehlerquelle kann man beseitigen, indem man die Sonde mit ihrem Zuleitungskabel innerhalb der Antennenwandung, d.h. im feldfreien Raum führt; die Spule wird dabei durch einen Schlitz in der Antenne an die Antennenoberfläche gebracht. Dieses Verfahren setzt aber voraus, dass ein Schlitz die elektrischen Eigenschaften der Antenne nicht verändert. Legt man die Schlitze auf einem Strahler in Richtung der Strombahnen an, so wird der Strahler seine elektrischen Eigenschaften unverändert beibehalten. Im allgemeinen werden auf Dipolantennen die Linien der Stromdichte radial gerichtet sein, das bedeutet: dann sind nur radiale Schlitze vom Fusspunkt zum Antennenende zulässig.

Den Einfluss eines oder mehrerer Schlitze auf die elektrischen Eigenschaften einer Antenne kann man experimentell feststellen. Man misst die Widerstandsortskurve und das Richtdiagramm einer geschlitzten und einer ungeschlitzten Antenne gleichen Typs. Stimmt für beide Fälle diese Kenngrösse überein, dann sind die Strahler elektrisch identisch und auf ihrer Oberfläche herrscht die gleiche Feldverteilung.

2.3.2. Mess - Schaltung zur Bestimmung der relativen Amplituden und Phasen elektromagnetischer Felder auf Dipolstrahlern

Die in den Arbeiten [5] - [8] durchgeführten Stromverteilungsmessungen am Lineardipol liefern die Grundlage für die in der vorliegenden Arbeit aufgebaute Mess-Schaltung zur Bestimmung der Nahfelder von breitbandigen Kegelantennen und Sektorantennen.

Bei der Messung wurde jeder Strahler als Sendeantenne über einem 2,5 m x 2,5 m grossen Grundblech betrieben. Die Untersuchungen erstreckten sich über einen Frequenzbereich von 750 MHz bis 1600 MHz bei Antennenlängen l von ca. 30 cm; das entspricht l/λ - Verhältnissen zwischen 0,75 bis 1,50.

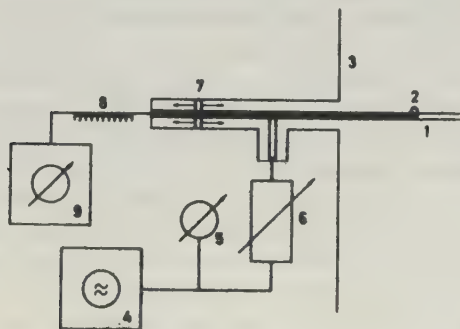


Abb. 3. Mess - Schaltung zur Bestimmung der Feldamplituden.

1 Antenne, 2 Mess - Sonde, 3 Grundblech, 4 Sender, 5 Durchgangsvoltmeter, 6 Dämpfungsglied, 7 $\lambda/4$ - Umwegleitung, 8 Messkabel, 9 Empfänger

Die Abb. 3 zeigt das Schaltbild der zur Messung der Feldamplituden benutzten Schaltung. Die von einem UHF - Mess-Sender gelieferte Energie wurde über ein Dämpfungsglied dem Speisepunkt der Antenne zugeführt. Ein UHF - Durchgangsvoltmeter registrierte vor dem Dämpfungsglied die Ausgangsspannung des Senders. An den Fusspunkt der Antenne war eine frequenzvariable $\lambda/4$ - Umwegleitung mit der Länge nach durchbohrtem Innenleiter geschaltet. So war es möglich, das Messkabel durch den Innenleiter der Speiseleitung und der Umwegleitung zu einem empfindlichen Messempfänger zu führen, ohne dass sich auf der Antenne oder dem Kabel

unerwünschte Störeffekte bemerkbar machen.

Zum einen reagiert nämlich jede Antenne auf Fremdspannungen, Berührungen, Fremdkörper und ähnliche Störungen und Veränderungen in Fusspunktnähe sehr empfindlich mit Impedanzschwankungen; zum anderen können sich auf dem Aussenleiter eines Koaxials, das sich in einem HF - Feld befindet, Mantelwellen ausbilden, die eine Handempfindlichkeit der gesamten Apparatur zur Folge haben. Alle diese Erscheinungen beeinträchtigen die Messgenauigkeit, verfälschen die Messung und können in extremen Fällen eine Messapparatur völlig zur Unbrauchbarkeit verurteilen. Diesen Schwierigkeiten kann man begegnen, indem man das Messkabel durch einen über eine $\frac{\lambda}{4}$ lange Stichleitung mit der Speiseleitung verbundenen Kurzschluss aus dem Antennensystem herausführt. Für die Speiseleitung und die Antenne ist in diesem Fall der Kurzschluss bekanntlich gar nicht vorhanden.

Die koaxiale Umwegleitung wurde für die Zwecke der vorliegenden Arbeit eigens konstruiert und im Institut für angewandte Physik der Universität Marburg hergestellt. Die Umwegleitung arbeitete in einem Frequenzbereich von 300 MHz bis 1600 MHz, sie war für einen Wellenwiderstand von 60 Ohm ausgelegt und hatte über den gesamten Frequenzbereich ein Stehwellenverhältnis von $m = 1,3$ bei einem angepassten Abschlusswiderstand von 60 Ohm.

In Abb. 4 ist das Schaltschema des zur Phasenmessung benutzten Messaufbaus wiedergegeben. Die Senderenergie gelangte auf ein Verzweigungsstück und von da zum einen Teil auf den Antennenspeisepunkt. Der andere Teil wurde zu einer angepasst abgeschlossenen Messleitung geführt. Die von der Sonde der Messleitung aufgenommene Energie wurde in einer T - Verzweigung von der in der Mess - Sonde induzierten Spannung überlagert und auf den Eingang des Messempfängers gegeben. Die Lage des Messleitungswagens auf der Messleitung definierte die Phase der Vergleichsspannung. Bei diesem Verfahren ist die Stellung des Messleitungswagens bei einem Minimalausschlag des Anzeigeinstrumentes am Empfänger ein Mass für die relative Phase des von der Mess-Sonde untersuchten Feldes auf der Antennenoberfläche. In diesem Fall beträgt der Phasenunterschied zwischen der Sonden-spannung und der Vergleichsspannung gerade 180° .

Die Phasenverteilung auf einer an der Stelle $x = 0$ reell abgeschlossenen Leitung ist bekannt. Z_L sei der Widerstand der Leitung, $m Z_L$ der Abschlusswiderstand (o.B.d.A. $m = 1$) und x

die Leitungsordinate, dann haben bei einer Leitungslänge l die komplexen Amplituden der Spannung U und des Stromes J an einem beliebigen Ort x auf der Leitung die folgende Gestalt:

$$U = U(0) \left(\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} + i \frac{1}{m} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \quad (2.4)$$

$$J = J(0) \left(\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} + i m \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \quad (2.5)$$

Daraus erhält man für die Phasendifferenz ψ zwischen U und $U(0)$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{m} \operatorname{tg} 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad (2.6)$$

Für die Phasendifferenz φ zwischen J und $J(0)$ ergibt sich

$$\operatorname{tg} \varphi = m \operatorname{tg} 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad (2.7)$$

Ausführliche Angaben über diesen Komplex der Leitungstheorie findet man nebst Literaturverzeichnis z.B. in dem Handbuch von Meinke - Gundlach [16] .

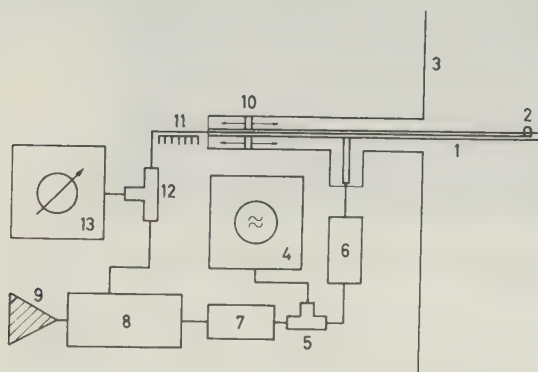


Abb. 4. Mess - Schaltung zur Bestimmung der Phasen. 1 Antenne, 2 Sonde, 3 Grundblech, 4 Sender, 5 T - Verzweigung, 6, 7 Dämpfungsglieder, 8 Messleitung, 9 60-Ohm-Ab-schlusswiderstand, 10 $\lambda/4$ - Umwegleitung, 11 Messkabel mit cm - Skala, 12 T - Verzweigung, 13 Empfänger

Bei dem hier beschriebenen Messaufbau wurde eine angepasst abgeschlossene Messleitung verwendet; d.h. es war $m = 1$. Damit vereinfachte sich die Beziehung (2.6) zu

$$q = 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad (2.8)$$

Die Grösse x in (2.8) war durch die Stellung des Messleitungswagens auf der Messleitung gegeben.

Das Messkabel war mit einer Markierung versehen, die über eine cm - Skala geführt wurde, so dass man sofort die Lage der Sonde auf der Antenne ablesen konnte.

Die Abb. 5 zeigt eine breitbandige 90° - Sektorantenne im Betriebszustand vor der Reflektorwand; Abb. 6 gibt ein Bild von dem Messplatz hinter der Wand.

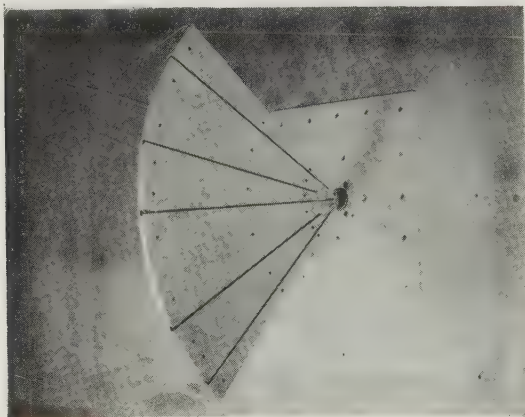


Abb. 5. 90° - Sektorantenne im Betriebszustand vor dem Grundblech

Im folgenden ist eine Zusammenstellung der wichtigsten benutzten Geräte mit Typenbezeichnung und Wellenwiderstand gegeben. Sender: Rohde u. Schwarz, Type SCR, SDR 60 Ohm; Empfänger: Mikrowellenempfänger: Polarad, Mod. R, 50 Ohm; Dämpfungsglieder: Rohde u. Schwarz, Type DPU, DPF, 60 Ohm; Messleitung: Rohde u. Schwarz, Type LMD 60 Ohm; Abschlusswiderstand: Rohde u. Schwarz, Type RMC, 60 Ohm; T - Verzweigungen: Rohde u. Schwarz, Type 42441,

60 Ohm; UHF - Durchgangsvoltmeter: Rohde u. Schwarz, Type URV,
60 Ohm; Anpassungsglied 50 - 60 Ohm: Rohde u. Schwarz, Type URF.

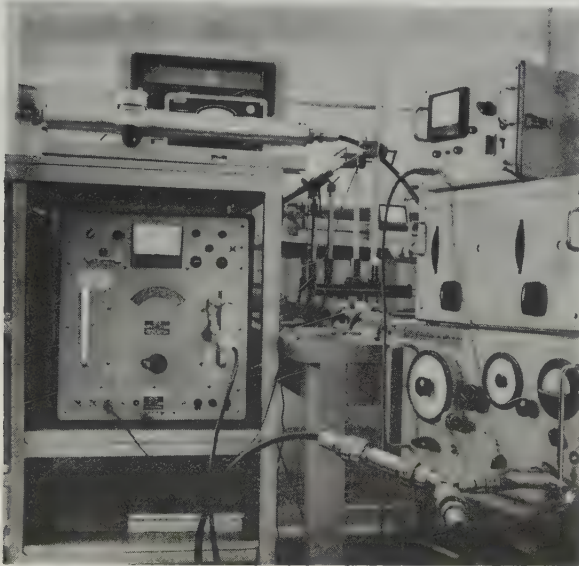


Abb. 6. Messplatz

2.3.3. Die Eichung der Messapparatur

Das im vorhergehenden Kapitel beschriebene Messverfahren gestattet nur relative Messungen. Die Ergebnisse der Amplitudenmessung führen damit zwar zu qualitativ richtigen Aussagen über die Verteilung des magnetischen Feldes auf einer Antennenoberfläche, die quantitative Bestimmung des Feldbetrages ist aber erst nach einer Eichung der Apparatur möglich. Einerseits ist nämlich die Feldamplitude von der Höhe der Speisespannung abhängig, andererseits verhindert die für verschiedene Frequenzen unterschiedliche Empfindlichkeit des Empfängers und eventuell eine Nichtlinearität des Empfangsgerätes eine quantitativ richtige Messung. Ebenso kann man mit dem entwickelten Verfahren zunächst nur relative Phasen messen, der Phasen - Nullpunkt ist nämlich nicht bekannt. Die in der Schaltung zur Phasenmessung benutzten Elemente, wie Zuleitungen und Dämpfungsglieder und

die Kopplung der Messleitungssonde an die Leitung drehen nämlich die Phasen der auftretenden Spannungen; ausserdem kennt man die Phasenbeziehung zwischen der in der Mess - Sonde induzierten Spannung und dem untersuchten Feld nicht ausreichend genau. Deswegen wird zwar der Phasenverlauf des Feldes auf einem Strahler in Abhängigkeit vom Ort durch die Messung nach Abb. 4 richtig wiedergegeben, wenn man bei einer Messung sämtliche Schaltelemente unverändert lässt, quantitativ auswertbare Ergebnisse erhält man aber erst dann, wenn man den Phasennullpunkt durch eine Eichmessung festgelegt hat.

Hier wird die Frage nach der Möglichkeit einer Eichung der Messapparatur aufgeworfen. Die Eichung muss dergestalt vorgenommen werden, dass man einen Vergleich der Messergebnisse mit denen anderer Arbeiten, z.B. [5] - [8], und mit theoretischen Werten durchführen kann. Ausserdem müssen Messung und Eichung so durchgeführt werden, dass sie jederzeit und mit guter Genauigkeit an anderer Stelle nachvollzogen werden können. Bei Amplitudenmessungen liegt es nahe, die gemessenen Werte auf die Speisespannung zu normieren. Damit hat man die Abhängigkeit der Feldamplitude von der Höhe der Speisespannung vollständig berücksichtigt. Es bleibt noch der Ausschlag der Empfängeranzeige in Abhängigkeit von den wirklichen Feldgrössen zu bestimmen.

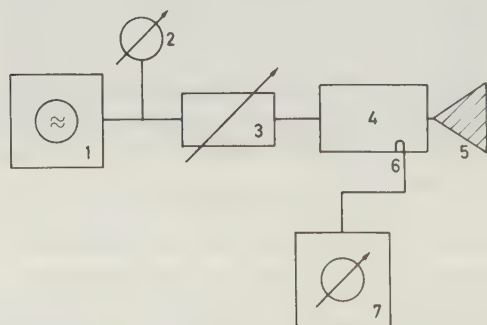


Abb. 7. Schaltung zur Eichung der Amplitudenmessung.

- 1 Sender, 2 Durchgangsvoltmeter, 3 Dämpfungsglied,
- 4 geschlitzte Messleitung, 5 Abschlusswiderstand 60 Ohm,
- 6 Mess - Sonde mit Messkabel, 7 Empfänger

In der vorliegenden Arbeit wurde zur Eichung der Amplitudenmessung das Feld in einer koaxialen, mit 60 Ohm angepasst abgeschlossenen Messleitung benutzt. Den Messaufbau zur Eichung zeigt Abb. 7 im Blockschaltbild.

Von einem HF - Sender wurde über ein variables Dämpfungs-glied eine mit 60 Ohm angepasst abgeschlossene, geschlitzte Messleitung gespeist. Vor der Eichleitung wurde von einem Durchgangsvoltmeter die Senderausgangsspannung registriert. Im Schlitz der Messleitung befand sich diejenige Mess-Sonde, mit der auch die Messungen an den Antennen durchgeführt wurden sind. Mit dieser Sonde wurde die Amplitude des Feldes im Leitungsin-nen in unmittelbarer Nähe der Oberfläche des Aussenleiters ge-messen und vom Messempfänger registriert. Diese Messung wurde bei variabler Spannung vorgenommen und bei den Frequenzen, mit denen auch die Antennen betrieben wurden. So erhielt man für jede Frequenz eine Eichkurve, die einen Zusammenhang lieferte zwischen dem Ausschlag α am Anzeigeinstrument des Empfängers und der an die Messleitung angelegten Spannung U.

$$U = f(\alpha) \quad (2.9)$$

Bei gegebenem Leitungsstrom J hat die Amplitude des magnetischen Feldes H im Abstand g von der Mittelachse im Inneren einer Ko-axialleitung den Wert

$$H = \frac{J}{2\pi g} \quad (2.10)$$

Bei einem Leitungswiderstand von 60 Ohm und der angelegten Span-nung U erhält man

$$H = \frac{U}{120\pi g} \quad (2.11)$$

Jedem Ausschlag α_n , der bei der Messung der Feldamplituden auf der Antennenoberfläche auftritt, kann man nach (2.9) ein U_n zuordnen, dem nach (2.11) ein H_n in der Messleitung ent-spricht.

$$H_n = \frac{U_n}{120\pi g} \quad (2.12)$$

Die Antennenspeisespannung U_0 würde bei angepasstem Abschluss an Stelle der Antenne in der Speiseführung ein Feld

$$H_0 = \frac{U_0}{120\pi g_s} \quad (2.13)$$

aufbauen. Die Antennenspeiseleitung hat ja auch einen Wellenwiderstand von 60 Ohm. Berücksichtigt man die unterschiedlichen Radien von Messleitung und Speiseleitung mit

$$g_s = c g \quad (2.14)$$

dann erhält man aus (2.12) und (2.13)

$$\frac{H_n}{H_0} = c \frac{U_n}{U_0} \quad (2.15)$$

U_n kann man der Eichkurve (2.9) entnehmen, U_0 und c sind bekannt. Damit ist die Eichung des aus Sonde, Kabel und Empfänger bestehenden Systems zur Messung der Feldamplituden gewährleistet. In der vorliegenden Arbeit wird gemäss (2.15) jeder gemessene Amplitudenwert als dimensionslose Grösse angegeben. Die Normierung wird bezogen auf das Feld im Inneren der Speiseleitung, welches dort auftreten würde, wenn die Leitung an Stelle der Antenne mit ihrem Wellenwiderstand stossfrei abgeschlossen wäre.

Das Verfahren zur Eichung der Phasenmessung ist aus Abb. 8 ersichtlich. Ein Vergleich mit dem Aufbau zur Messung der Phasen des Antennennahfeldes in Abb. 4 lehrt, dass zur Phaseneichung in der Schaltung nach Abb. 8 an die Stelle der Antenne eine mit einem Kurzschluss abgeschlossene Messleitung getreten ist, in deren Innerem die Phase des Feldes gemessen wurde. Der übrige Aufbau war in allen Details in beiden Schaltungen identisch. Der Phasenverlauf im Inneren einer am Ende kurzgeschlossenen, koaxialen Messleitung ist ebenso wie die Amplitudenverteilung bekannt, vgl. z.B. [16]. Am Leitungsende $x = 0$ hat die Amplitude des magnetischen Feldes ein Maximum, und ebenso an den Stellen

$$x = n \frac{\lambda}{2}$$

Minima treten auf bei

$$x = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$$

Auf einer ideal verlustfreien Leitung verschwindet an den Stellen der Minima die Amplitude des Magnetfeldes völlig. Der Reflexionsfaktor

$$\beta = \frac{1-m}{1+m}$$

mit m aus (2.7) hat wegen $m = 0$ den Wert $\beta = 1$. Der Verlauf der Phase (2.7) entartet zu einer Rechteckfunktion; an den Stellen $x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$ treten Phasensprünge um 180° auf. Auf einer realen Leitung gilt wegen der auftretenden, allerdings nur geringen Dämpfung $\beta \approx 1$, die Minima sinken nicht ganz auf Null ab, und an der Stelle des n -ten Minimums kann man einen Phasenwinkel $\varphi = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$ oder $\varphi = (2n + 1) 90^\circ$ messen. Im n -ten Maximum der Feldamplitude hat die Phase des Magnetfeldes in der Leitung den Wert $\varphi = n \frac{\pi}{2}$ oder $\varphi = n 180^\circ$.

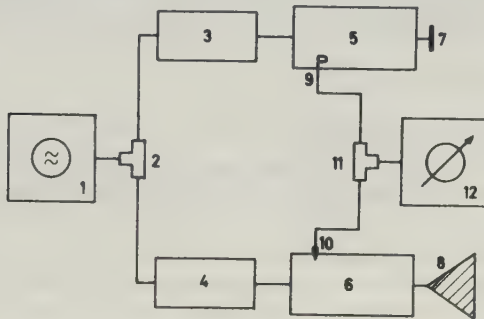


Abb. 8. Schaltung zur Eichung der Phasenmessung

1 Sender, 2 T - Verzweigung, 3 und 4 Dämpfungsglieder, 5 und 6 geschlossene Messleitungen, 7 Kurzschluss, 8 Abschlusswiderstand 60 Ohm, 9 Mess-Sonde, 10 Sonde des Messleitungswagens, 11 T - Verzweigung, 12 Empfänger.

Zur Eichung der Phasenmessung geht man nach Abb. 8 folgendermassen vor: Man bringt die Mess - Sonde im Schlitz der kurzgeschlossenen Messleitung an die Stelle des ersten Minimums der Amplitudenverteilung und verschiebt den Messleitungswagen auf der angepasst abgeschlossenen Messleitung vom Leitungsende her solange bis man am Empfänger den ersten Minimalausschlag erhält; diese Stelle x_1 , gemessen in cm, repräsentiert den Phasenwinkel $\varphi = 90^\circ$ des von der Mess - Sonde registrierten Magnetfeldes. Anschliessend bringt man die Mess - Sonde in das dem Minimum nächstgelegene Maximum auf der kurzgeschlossenen Leitung; den Messleitungsschlitten auf der Vergleichsleitung schiebt man so lange vom Leitungsende fort, bis sich auf dem Anzeigeinstrument wieder ein Minimum einstellt. Diese Stelle x_2 repräsentiert

einen Phasenwinkel $\varphi = 180^\circ$. Für die Differenz der beiden Werte ergibt sich:

$$x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{4}$$

Ersetzt man zur Bestimmung der Phasenverteilung des magnetischen Feldes auf einer Antennenoberfläche die kurzgeschlossene Messleitung durch eine Antenne, so kann man die Werte x_1 bzw. x_2 als 90° - bzw. 180° - Markierung für den Phasenwinkel φ benutzen, solange man an dem übrigen Messaufbau nichts verändert.

Für die vorliegende Arbeit wurden ausschliesslich die in diesem Kapitel beschriebenen Eichverfahren bei der Bestimmung der Beträge und der Phasen von magnetischen Feldern verwendet.

2.4. Die kapazitive Sonde

Mit der beschriebenen Messapparatur kann man auch die Verteilung des elektrischen Feldes auf Antennenoberflächen messen, wenn man an Stelle der induktiven Sonde eine rein kapazitive Sonde verwendet. Eine kapazitive Sonde besteht im einfachsten Fall aus einer Koaxialleitung, aus welcher der Innenleiter ein kleines Stück herausragt. [14]. Die Ausgangsspannung einer derartigen Sonde ist der in Sondenrichtung zeigenden Komponente des untersuchten elektrischen Feldes proportional. Die Eichung einer kapazitiven Sonde wird genau so wie die einer induktiven Sonde vorgenommen.

2.5. Konstruktion und Ausführung der Antennen

In der vorliegenden Arbeit wurden die Nahfelder des Lineardipols, von rotationssymmetrischen Kegelantennen und flächenhaften, ebenen Kreissektorantennen gemessen. Wie bereits erwähnt, wurden Prüfsonde und Messkabel durch das Innere der Antenne an den Ort gebracht, an dem das Feld gemessen werden sollte. Die Sonde wurde dabei in einem radialen Schlitz in der Antennenwand geführt und durch diesen Schlitz aus dem Kanal im Wandinneren an die Antennenoberfläche gesteckt. Der Nachweis dafür, dass man auf allen in der vorliegenden Arbeit untersuchten Antennen radiale Schlitz anbringen darf, ohne dass man dadurch das ursprüngliche Feld verändert, wird im theoretischen Teil der Arbeit (Kap. 5) erbracht.

2.5.1. Die Konstruktion des Lineardipols und der rotationssymmetrischen Kegelantennen

Zur Messung der Stromverteilung auf einem Lineardipol wurde der zur Untersuchung benutzte Dipol als der Länge nach geschlitztes Rohr ausgeführt. Der Aussendurchmesser des Dipols war genau gleich dem Durchmesser des Innenleiters der Speiseleitung. Dipol und Speiseleitung waren im Antennenspeisepunkt miteinander verschraubt (Abb. 9)

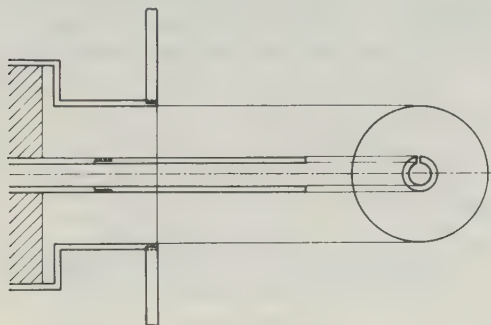


Abb. 9. Lineardipol mit Speiseleitung und Reflektorwand

Die Konstruktion der rotationssymmetrischen Kegelantennen ist aus Abb. 10 ersichtlich. Die Kegelstrahler bestanden aus rotationssymmetrischen Aluminiumtrichtern mit einer Wandstärke von 9 mm. In diese Wandung waren in der Längsrichtung 2 gegenüberliegende Kanäle von 5 mm Durchmesser gebohrt, die durch die gesamte Länge des Kegels vom breiteren Ende bis zur Spitze führten. Diese Kanäle waren nach je einer Kegelseite über die gesamte Kegellänge auf 2 mm Breite der Länge nach aufgeschlitzt; durch diese Schlitzte konnte die Messsonde an die Antennenoberfläche gebracht werden. So war es möglich, durch den einen Schlitz die Feldstärke auf der Aussenfläche des Kegels zu messen, und durch den anderen Schlitz konnte die Feldstärke bestimmt werden, die auf der Innenseite des Kegels herrschte. Das Messkabel wurde vom Fusspunkt her durch die Speiseleitung in den Kanal geschoben. In der Kegelspitze war ein Bolzen drehbar angebracht, der mit einer dem halben Kegelöffnungswinkel entsprechenden Ab-

schrägung versehen war. Dieser Bolzen diente als Weiche für das Messkabel; je nach Stellung des Bolzens konnte das Kabel nach Belieben in einen der beiden Kanäle geleitet werden. An der Spitze, d.h. im Antennenfusspunkt hatte jeder Kegel gerade den Durchmesser des Innenleiters der Speiseleitung. Ebenso wie der Lineardipol wurde jeder Kegel zur Messung auf die Speiseleitung geschraubt. Wegen ihres beträchtlichen Gewichtes wurden die Kegel zusätzlich durch Holzstützen an dem Grundblech befestigt; damit war die nötige Stabilität der Anordnung gewährleistet. Zur Fertigung der Kegel wurden aus Aluminium ringförmige Kegelstümpfe gedreht und miteinander verschraubt. So erhielt man in der Umgebung der Schlitze glatte Oberflächen.

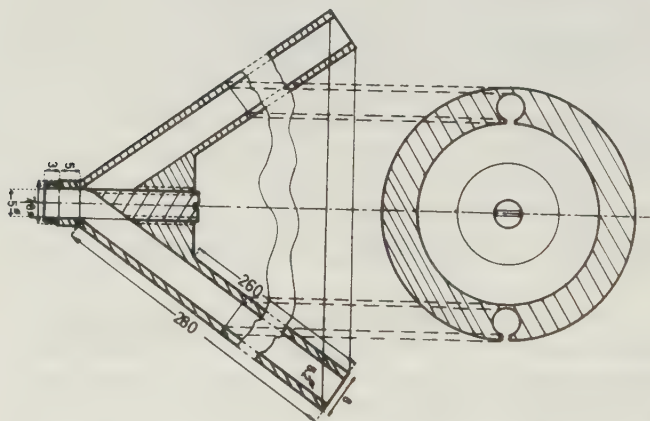


Abb. 10. Konstruktion der rotationssymmetrischen Kegelantennen am Beispiel des Strahlers mit $2\alpha = 75^\circ$

2.5.2. Die Konstruktion der sektorförmigen Flächenantennen

In Abb. 11 ist die Konstruktion der sektorförmigen Flächenantennen dargestellt. In ein 7 mm starkes, kreissektorförmiges Alu-Blech wurden von der Spitze, dem Fusspunkt der Antenne, zum Ende hin radial verlaufende, 5 mm tiefe und 5 mm breite, rechteckige Nuten gefräst. Diese Nuten wurden dann jeweils bis auf einen 2 mm breiten Schlitz in der Nutenmitte von einem 2 mm starken Blech abgedeckt. So entstanden 9 mm dicke, sektorförmige

ge Flächen, in deren Innerem rechteckige Kanäle mit Schlitzten zur Strahleroberfläche hin radial verliefen. In diesen Kanälen wurde das Messkabel geführt, durch den jeweiligen Schlitz konnte die Mess-Sonde an die Strahleroberfläche gebracht und unter einem bestimmten Winkel gegen die Antennenmitte auf dem Strahler entlang geführt werden. Die Zahl der so auf einem Flächenstrahler angebrachten Schlitzte richtete sich nach dem Antennenöffnungswinkel. In jedem Fall verlief ein Schlitz am äusseren Rand und ein Schlitz genau in der Mitte der Antennenfläche. Zur Messung wurden die Flächen auf die Speiseleitung aufgeschraubt. Auf der ungeschlitzten Seite der Antenne war ein Teil der Oberfläche abzuheben, so dass man von dort aus das Messkabel in den gewünschten Messkanal einführen konnte.

Beim Messbetrieb über dem Grundblech wurden die Flächenstrahler mit Nylonfäden verspannt; damit war auch hier eine ausreichende Stabilität gewährleistet.

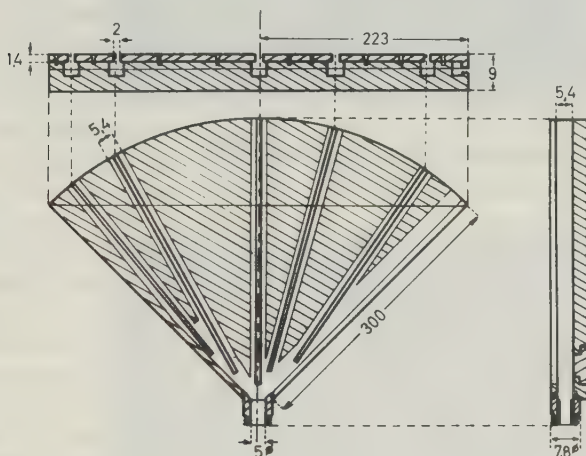


Abb. 11. Konstruktion der flächenhaften Sektorantennen am Beispiel des 90° - Sektors

Die Mess - Sonde hatte zusammen mit der Steckverbindung eine Länge von 25 mm. Auf diese Länge war das Messkabel an seinem Ende starr und konnte nicht um Knicke im Führungskanal gezogen werden. Deswegen war es nicht möglich, die Mess - Sonde direkt bis zum Fusspunkt der Kegel- und Sektorstrahler zu

bringen. Das Feld in unmittelbarer Nähe des Speisepunktes konnte demnach nicht gemessen werden; bei allen Strahlern war es aber möglich, die Sonde so weit an den Antennenfusspunkt heran zu führen, dass man in der Lage war, durch eine Extrapolation über die gemessenen Werte hinaus auf den weiteren Feldverlauf zu schliessen.

Die Messungen am Lineardipol konnten bis zum Fusspunkt und darüber hinaus noch in die Speiseleitung durchgeführt werden.

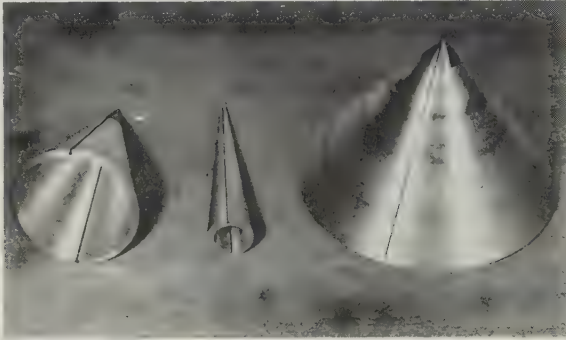


Abb. 12. Rotationssymmetrische Kegelantennen

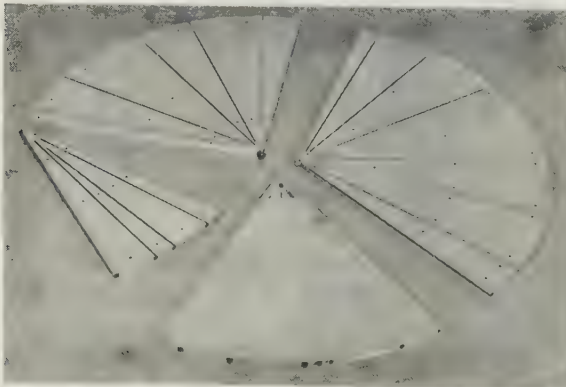


Abb. 13. Ebene, flächenhafte Kreissektorantennen

3. Die Verteilung elektromagnetischer Felder und der Ströme auf der Oberfläche von Kegelantennen

3.1. Das Messprogramm und die Systematik der Untersuchungen

Rotationssymmetrische Kegelantennen und sektorförmige, ebene Flächenstrahler gehören beide als Grenzfälle zu der Gruppe von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt. Der Lineardipol ist ebenfalls in dieser Gruppe von Kegeln als Grenzfall enthalten.

Als erstes wurden im folgenden die magnetischen Nahfelder und die Stromverteilungen auf einem Lineardipol nach Betrag und Phase bestimmt. Mit diesen Messungen wird eine Beziehung hergestellt zwischen der vorliegenden Arbeit und den Untersuchungen in [5] - [9]. Diese Untersuchungen bilden den Ausgangspunkt für die weiteren Messungen an rotationssymmetrischen Kegelstrahlern und flächenhaften Sektorantennen.

Die magnetischen Felder auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegeldipolen wurden auf Kegeln von 3 verschiedenen Öffnungswinkeln 2α gemessen; bei $2\alpha = 10^\circ$, $2\alpha = 30^\circ$ und $2\alpha = 75^\circ$. So erhielt man einen Überblick über die Abhängigkeit der Stromdichteverteilung von der Breitbandigkeit [17]. Von allen rotationssymmetrischen Kegelstrahlern ist derjenige mit einem Öffnungswinkel von $2\alpha = 75^\circ$ der breitbandigste Strahler, während der Lineardipol mit $2\alpha = 0^\circ$ die schmalbandigste Antenne aus dieser Schar ist. Für $2\alpha > 75^\circ$ nimmt die Breitbandigkeit mit wachsendem α wieder ab. Untersuchungen der Nahfelder von Kegelantennen mit $2\alpha > 75^\circ$ wurden in der vorliegenden Arbeit nicht vorgenommen. Zum einen würden diese Messungen die vorliegende Arbeit nicht wesentlich ergänzen, zum anderen würden es die auftretenden konstruktiven und messtechnischen Schwierigkeiten nicht gestatten, das Feld auf Kegeln mit grossen Öffnungswinkeln vollständig zu bestimmen. Ausserdem haben Kegelantennen mit extrem grossen Öffnungswinkeln nur geringe praktische Bedeutung.

Auf der breitbandigsten Kegelantenne, der mit $2\alpha = 75^\circ$, wurde auch die Verteilung des elektrischen Feldes in Abhängigkeit vom Ort gemessen.

Aus den nach Betrag und Phase bestimmten magnetischen Oberflächenfeldern wurde für alle untersuchten rotationssymmetri-

schen Antennen die Stromverteilung nach Betrag und Phase ermittelt.

Die Untersuchungen wurden bei denjenigen Frequenzen durchgeführt, deren Wellenlängen λ in der Grössenordnung der Strahlerdimensionen liegen. Mit l sei die grösste radiale Strahlerlänge bezeichnet. Die Messungen wurden bei l/λ - Verhältnissen $l/\lambda = 0,75; 1,00$ und $1,50$ vorgenommen; für die Ziele der vorliegenden Arbeit ist die Breite dieses Frequenzbandes hinreichend gross bemessen.

3.2. Der Zusammenhang zwischen magnetischem Feld und der Stromverteilung auf rotationssymmetrischen Kegeln

Die in Kap. 2 beschriebene Messanordnung gestattet die direkte Messung der magnetischen Feldstärke. Zwischen dem elektrischen Strom J und dem magnetischen Feld H auf einer Antenne besteht die folgende Beziehung:

$$J = \oint \vec{H} d\vec{s} \quad (3.1)$$

Auf den in dieser Arbeit behandelten rotationssymmetrischen Kegeln hat das magnetische Feld nur eine φ - Komponente (5.9), deswegen gilt:

$$J(r) = \oint H_{\varphi} ds_{\varphi} \quad (3.2)$$

H_{φ} wird gemessen. $g(r)$ sei der Radius der Antenne an der Stelle r , dann wird aus (3.2) wegen der Rotationssymmetrie

$$J(r) = 2\pi g(r) H_{\varphi} \quad (3.3)$$

Beim Lineardipol ist $g(r) = g_0$ über die gesamte Dipollänge $0 \leq r \leq l$ konstant, und man erhält eine direkte Proportionalität zwischen der Stromverteilung und dem magnetischen Feld

$$J(r) = 2\pi g_0 H_{\varphi} \quad (3.4)$$

Gleichung (3.3) gilt ebenso wie Gleichung (3.4) nur für dünne Linearantennen oder für rotationssymmetrische Strahler, die an ihrem Ende mit einer leitenden Kappe verschlossen sind. Bei am Ende offenen Antennen greift das Feld am Antennenende in das Innere des Strahlers über. Dieser Anteil des Feldes muss bei

der Berechnung der Stromverteilung nach (3.1) berücksichtigt werden. Unterscheidet man zwischen dem äusseren Feld H_a und dem inneren Feld H_i , dann erhält man an Stelle von (3.2) als Folge des Durchflutungsgesetzes [24] :

$$g(r) = \oint (H_{qa} - H_{qi}) ds_q \quad (3.5)$$

und daraus

$$g(r) = 2\pi g(r) [H_{qa} - H_{qi}] \quad (3.6)$$

Bei rotationssymmetrischen Kegelantennen mit einem Öffnungswinkel 2α im Fusspunkt gilt:

$$g(r) = r \sin \alpha \quad (3.7)$$

Wenn man berücksichtigt, dass die Kegelantenne im Fusspunkt einen endlichen Durchmesser d hat (im vorliegenden Fall war $d = 2g_0$), so erhält man aus (3.7)

$$g(r) = (r \sin \alpha + g_0) \quad (3.8)$$

Schliesslich erhält man

$$g(r) = 2\pi (r \sin \alpha + g_0) (H_{qa} - H_{qi}) \quad (3.9)$$

Nach (3.9) kann man die Stromverteilungen auf rotationssymmetrischen Kegelantennen aus den gemessenen Magnetfeldern berechnen.

Für die Ziele der vorliegenden Arbeit sind im wesentlichen die relativen Stromschwankungen auf den einzelnen Antennen in ihrem Verhalten zueinander interessant. Das absolute Verhältnis der Stromverteilungen untereinander ist für die vorliegenden Untersuchungen relativ unbedeutend. Aufschlüsse darüber kann man viel einfacher durch Impedanz- und Fernfeldmessungen erhalten als über das doch recht komplizierte Verfahren der Nahfeldmessung. Deswegen werden im folgenden sämtliche gemessenen oder errechneten Stromverteilungen auf ihre maximale Amplitude normiert. Diese Normierung gestattet einen Vergleich derjenigen Stromverteilungen miteinander, die auf verschiedenen Antennen bei gleichen Betriebsfrequenzen auftreten.

3.3. Das magnetische Feld und die Stromverteilung auf dem

Lineardipol

Das magnetische Feld und damit die Stromverteilung wurde auf einem Lineardipol des Schlankheitsgrades $\frac{l}{2a_0} = 38,8$ bei folgenden ϵ_h - Verhältnissen gemessen:

$$\epsilon_h = 0,75; 1,00; 1,50$$

Die Ergebnisse dieser Messungen sind in den Abbildungen 14 a, 14 b, 14 c nach Betrag und Phase dargestellt. Gemäss den Ausführungen in Kap. 3.2 ist auf einem Lineardipol die Stromverteilung direkt proportional der Verteilung des magnetischen Feldes; die Amplituden der Stromverteilungen sind alle auf den jeweils grössten auftretenden Strombauch normiert.

Wegen des endlichen Schlankheitsgrades des Dipols verschwindet der Strom nicht genau am Antennenende bei $r = l$ sondern etwa 2 mm weiter auf der Antennenkappe; der Strom greift ein kleines Stück um das Antennenende herum. Ein Vergleich der gemessenen Stromverteilungen mit den auf einem idealisierten Lineardipol von unendlichem Schlankheitsgrad zu erwartenden Werten zeigt deutlich eine Verschiebung der Maxima und Minima zum Antennenende hin. Diese Extremwertverschiebungen sind ein Mass für die Resonanzverkürzung. Ausserdem bewirkt die durch den endlichen Schlankheitsgrad bedingte höhere Strahlungsdämpfung eine Verringerung des Stehwellenverhältnisses der auf dem Strahler ausgebildeten Welle. Auf einem idealen Lineardipol mit $Q_0 = 0$ sollte an den Stellen der Minima der Strom vollständig verschwinden. An diesen Stellen ist dann ein Phasensprung um 180° zu erwarten. Die gemessene Phasenverteilung zeigt statt des Phasensprunges die erwartete Verschleifung des Phasenverlaufes zu einer stetig differenzierbaren Funktion. Die Phase des Antennenstromes erfährt von der Stelle eines Amplitudenextremwertes zur nächsten, d.h. von einem relativen Minimum zum nächsten relativen Maximum eine Phasendrehung um genau 90° . Zum Antennenfusspunkt hin verläuft die Phasenortsfunktion flacher als am Antennenende, die Phasensprünge sind nicht mehr so steil, und die Werte der Amplitudenminima liegen dort höher als am Antennenende.

Ein Vergleich der hier gemessenen und diskutierten Stromverteilungen mit den Ergebnissen früherer Arbeiten [5] bis [9], die sich ebenfalls mit Stromverteilungen auf Lineardipolen be-

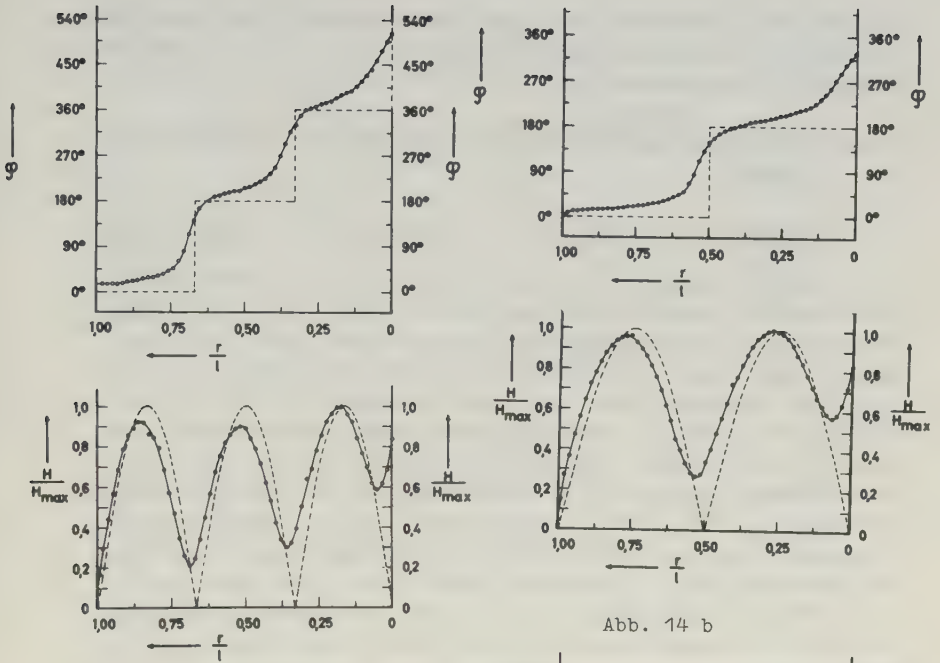


Abb. 14 b

Abb. 14 a

Abb. 14. Verteilung
des magnetischen Fel-
des bzw. des Stromes
auf einem Lineardipol
nach Betrag und Phase.

$$\frac{\ell}{\lambda} = 38,8$$

$$14 \text{ a } \frac{\ell}{\lambda} = 1,50$$

$$14 \text{ b } \frac{\ell}{\lambda} = 1,00$$

$$14 \text{ c } \frac{\ell}{\lambda} = 0,75$$

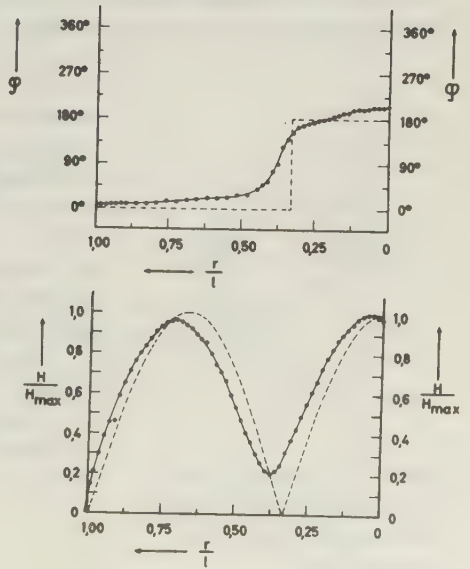


Abb. 14 c

fassen, zeigt eine gute Übereinstimmung der hier vorgelegten Messergebnisse mit den dort experimentell und theoretisch ermittelten Stromverteilungsfunktionen.

3.4. Elektromagnetische Felder auf rotationssymmetrischen Kegelantennen.

3.4.1. Berechnung der Nahfelder von am Ende offenen Kegeldipolen

Rotationssymmetrische Kegelantennen sind in mehreren Arbeiten eingehend untersucht worden [18] bis [21]. In allen Arbeiten wurden Kegelantennen behandelt, deren Ende mit einer leitenden Kappe verschlossen war. Sind die Kegel an ihrem oberen Ende nicht mit einer leitenden Kappe verschlossen, sondern wie die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Kegelstrahler dort offen, dann ist bei der Lösung des Randwertproblems zu beachten, dass sich auch im Kegelinernen ein elektromagnetisches Feld ausbildet. Die Berechnung dieses Feldes im Kegelinernen soll in diesem Kapitel vorgenommen werden. Die in Kap. 5 dieser Arbeit vorgelegte Theorie behandelt eine vollständige Darstellung der an ihrem Ende mit einer leitenden Kappe verschlossenen Kegelstrahler. Die im folgenden durchgeführten Rechnungen stützen sich weitgehend auf Teilergebnisse der in Kap. 5 angestellten Überlegungen.

Die Abb. 15 zeigt schematisch eine am Ende offene, rotationssymmetrische Kegelantenne, betrieben über einer unendlich ausgedehnten, leitenden Ebene. Der gesamte Strahlungsraum wird in 3 Zonen eingeteilt. Die Zonen 1 und 2 entsprechen den in Kap. 5 bei der Behandlung geschlossener Antennen auftretenden Räumen; die Zone 3 repräsentiert den Innenraum der Antenne.

Bei der Lösung der Maxwell'schen Gleichungen erhält man im Raum 1 und Raum 2 die folgenden, allgemeinen Felddarstellungen für die Wellen des E - Typs (Kap. 5.4.3.).

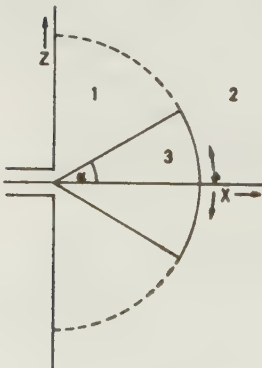


Abb. 15. Offene, rotationssymmetrische Kegelantenne vor einer Reflektorwand

Im Raum 1

$$E_r^{(0)}(r, \vartheta) = \sum_y y(y+1) B_y \frac{1}{kr} j_y(kr) Y_y(\cos \vartheta) \quad (3.10)$$

$$E_\vartheta^{(0)}(r, \vartheta) = \frac{E_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e^{ikr}}{kr} + \beta \frac{e^{-ikr}}{kr} \right) + \sum_y B_y \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [kr j_y(kr)] \frac{\partial Y_y(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \quad (3.11)$$

$$E_g^{(0)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.12)$$

$$H_r^{(0)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.13)$$

$$H_\vartheta^{(0)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.14)$$

$$H_g^{(0)}(r, \vartheta) = \frac{H_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e^{ikr}}{kr} - \beta \frac{e^{-ikr}}{kr} \right) + \frac{i}{2\epsilon_0} \sum_y B_y j_y(kr) \frac{\partial Y_y(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \quad (3.15)$$

Im Raum 2, dem Aussenraum erhält man

$$E_r^{(2)}(r, \vartheta) = \sum_n (2n+1)(2n+2) A_{2n+1} \frac{1}{kr} h_{n+1}^{(2)}(kr) P_n(\cos \vartheta) \quad (3.16)$$

$$E_\vartheta^{(2)}(r, \vartheta) = \sum_n A_{2n+1} \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [kr h_{n+1}^{(2)}(kr)] \frac{dP_n(\cos \vartheta)}{d\vartheta} \quad (3.17)$$

$$E_g^{(2)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.18)$$

$$H_r^{(2)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.19)$$

$$H_\vartheta^{(2)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.20)$$

$$H_g^{(2)}(r, \vartheta) = \frac{i}{2\epsilon_0} \sum_n A_{2n+1} h_{n+1}^{(2)}(kr) \frac{dP_n(\cos \vartheta)}{d\vartheta} \quad (3.21)$$

Dabei bedeuten:

$j_y(kr)$	sphärische Besselfunktionen mit dem Index y
$h_n^{(2)}(kr)$	sphärische Hankelfunktionen mit dem Index n
$P_n(\cos \vartheta)$	Legendresche Polynome vom Grad
$Y_y(\cos \vartheta)$	Legendresche Funktionen (3.22)
$A_{2n+1}; B_y$	Integrationskonstante
β	Reflexionsfaktor

$$Y_y(\cos \vartheta) = P_y(\cos \vartheta) - P_y(-\cos \vartheta) \quad (3.22)$$

Der Index ν bestimmt sich aus der Randbedingung, dass für $\vartheta = \alpha$, d.h. auf dem Kegel, E_r verschwindet.

$$P_\nu(\cos \alpha) \sim P_\nu(-\cos \alpha) = 0 \quad (3.23)$$

Im Raum 3 erhält man für den r - Anteil der Felder wieder Ausdrücke aus spärtschen Besselfunktionen und für den ϑ - Anteil der r - Komponente des elektrischen Feldes im Bereich $-\alpha \leq \vartheta \leq +\alpha$ Legendresche Funktionen $P_\nu(\cos \vartheta)$. In diesem Gebiet gehört $\vartheta = 0$ zum Feld, d.h. die 2., von P_ν linear unabhängige Lösung darf nicht auftreten, da diese für $\vartheta = 0$ singulär wird. Mit den Integrationskonstanten D_ν erhält man im Raum 3 folgende Felddarstellungen:

$$E_r^{(1)}(r, \vartheta) = \sum_{\nu} \bar{\nu}(\bar{\nu}+1) D_\nu \frac{1}{r^2} j_\nu(kr) P_\nu(\cos \vartheta) \quad (3.24)$$

$$E_\vartheta^{(1)}(r, \vartheta) = \sum_{\nu} D_\nu \frac{1}{r^2} \frac{d}{d\vartheta} [kr j_\nu(kr)] \frac{dP_\nu(\cos \vartheta)}{d\vartheta} \quad (3.25)$$

$$E_\varphi^{(1)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.26)$$

$$H_r^{(1)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.27)$$

$$H_\vartheta^{(1)}(r, \vartheta) = 0 \quad (3.28)$$

$$H_\varphi^{(1)}(r, \vartheta) = \frac{i}{2\epsilon_0} \sum_{\nu} D_\nu j_\nu(kr) \frac{dP_\nu(\cos \vartheta)}{d\vartheta} \quad (3.29)$$

Die Eigenwerte $\bar{\nu}$ bestimmen sich aus der Bedingung, dass auf der Kegelfläche $\vartheta = \alpha$ die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes verschwindet, d.h.

$$P_\nu(\cos \alpha) = 0 \quad (3.30)$$

Die Integrationskonstanten erhält man aus dem stetigen Anschluss sämtlicher Feldkomponenten an der Grenzfläche $r = \ell$ unter Berücksichtigung der im vorliegenden Fall geltenden Orthogonalitätsrelation der Legendreschen Funktionen:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} P_{\bar{\nu}_1}(\cos \vartheta) P_{\bar{\nu}_2}(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = \frac{\sin \alpha}{2\bar{\nu}_1+1} P_{\bar{\nu}_1}^A(\cos \alpha) \left(\frac{\partial P_{\bar{\nu}_2}(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta=\bar{\nu}_1} \delta_{\bar{\nu}_1, \bar{\nu}_2} \quad (3.31)$$

Ausserdem gilt für Legendresche Funktionen mit beliebigen Zeigern die Beziehung:

$$(n-\bar{\nu})(n+1+\bar{\nu}) \int_{\cos \alpha}^1 P_{\bar{\nu}}(\cos \vartheta) P_n(\cos \vartheta) d(\cos \vartheta) = \sin \alpha \left[P_n(\cos \vartheta) P_{\bar{\nu}}'(\cos \alpha) - P_{\bar{\nu}}(\cos \vartheta) P_n'(\cos \alpha) \right]_{\cos \alpha}^1 \quad (3.32)$$

und damit wegen (3.30) und für $\bar{\nu} \neq n$

$$\int_{\cos \alpha}^1 P_{\bar{\nu}}(\cos \vartheta) P_n(\cos \vartheta) d(\cos \vartheta) = \frac{\sin \alpha}{(n-\bar{\nu})(n+1+\bar{\nu})} P_n(\cos \alpha) P_{\bar{\nu}}'(\cos \alpha) \quad (3.33)$$

Die Verteilung des Magnetfeldes auf der Oberfläche des Kegelinnenraumes wird nach (3.29) wesentlich von sphärischen Besselfunktionen mit dem Index $\bar{\nu}$ bestimmt. In [22] sind die Wurzeln der Gleichung (3.30) berechnet und graphisch dargestellt. Für einen Kegel mit einem Öffnungswinkel von $2\alpha = 75^\circ$ erhält man aus (3.30) die ersten drei Eigenwerte wie folgt:

$$\bar{\nu}_1 = 3,16 \quad \bar{\nu}_2 = 7,93 \quad \bar{\nu}_3 = 12,60$$

Diese Eigenwerte sind durch Interpolation aus einer Tabelle der Legendreschen Funktionen [23] ermittelt worden. In der Abb. 16 sind die den ersten drei Eigenwerten entsprechenden Eigenfunktionen dargestellt. Diese Funktionen sind nach einem von Herrn Kirchner im Institut für Angewandte Physik der Universität Marburg erstellten Programm mit Hilfe der Rechenanlage der Universität berechnet worden. In Abb. 17 sind die nach (3.25) zur Darstellung der elektrischen Feldkomponente E_ϑ benötigten Aggregate $R_{\bar{\nu}}^*(x) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} [x P_{\bar{\nu}}^*(x)]$ in Abhängigkeit von x aufgetragen.

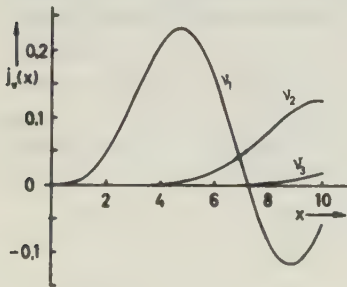


Abb. 16. Sphärische Besselfunktionen der Eigenwerte $\bar{\nu}_1 = 3,16$; $\bar{\nu}_2 = 7,93$; $\bar{\nu}_3 = 12,60$

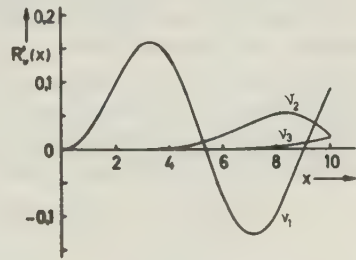


Abb. 17. Die zu den Eigenwerten $\bar{\nu}_1 = 3,16$; $\bar{\nu}_2 = 7,93$; $\bar{\nu}_3 = 12,60$ gehörigen Funktionen $R_{\bar{\nu}}^*(x) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} [x P_{\bar{\nu}}^*(x)]$ in Abhängigkeit von x .

Beide Darstellungen zeigen, dass für abnehmende κr der Einfluss der höher indizierten Eigenfunktionen gegen die erste Funktion $j_0(\kappa r)$ immer mehr zurück tritt, so dass das Feld in der Umgebung der Kegelspitze für kleine κr ausschliesslich von der ersten auftretenden sphärischen Besselfunktion $j_0(\kappa r)$ bestimmt wird. Am offenen Kegelende dagegen sind die höheren Wellentypen, repräsentiert durch die höheren Eigenfunktionen nicht mehr zu vernachlässigen. Der Beitrag, den diese Funktionen dort zum Feld leisten, ist von der Grösse der Integrationskonstanten abhängig.

Die exakten Werte für die Integrationskonstanten D_j erhält man aus einer stetig differenzierbaren Anpassung sämtlicher Feldkomponenten des Innenraumes 3 an den Aussenraum 2 in der Kugelfläche $r = \ell$. Diese exakte Berechnung der Integrationskonstanten D_j soll hier nicht durchgeführt werden. Statt dessen werden die in den beiden Räumen das Feld charakterisierenden Debyeschen Potentiale (man vergleiche Kap. 5.4) auf der Kugelkalotte $r = \ell$, $0 \leq \vartheta \leq \kappa$ stetig aneinander angeschlossen. Aus dem Debyeschen Potential gehen die Komponenten des elektromagnetischen Feldes durch Differentiation hervor. Die magnetische Feldkomponente H_φ enthält im wesentlichen die Ableitung des Debye - Potentials nach ϑ während die Normalkomponente des elektrischen Feldes sowohl von der Ableitung nach ϑ als auch von der nach r bestimmt wird (5.36). Deswegen ist zu erwarten, dass die auf dem Wege über die stetige Anpassung der Debye - Potentiale errechneten Entwicklungskoeffizienten und die daraus gewonnenen Felddarstellungen die Verteilung des magnetischen Feldes in besserer Näherung beschreiben als die Verteilung der Normalkomponente des elektrischen Feldes E .

Die Debyeschen Potentiale haben, analog zu (5.26) in Kugelkoordinaten in den Räumen 2 und 3 folgende Gestalt:

$$\psi^{(2)} = \sum_n A_n h_n^{(1)}(\kappa r) P_n(\cos \vartheta), \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (3.34)$$

$$\psi_{(3)} = \sum_j D_j j_j(\kappa r) P_j(\cos \vartheta) \quad (3.35)$$

Für $r = \ell$ und $0 \leq \vartheta \leq \kappa$ soll gelten:

$$\psi^{(2)}(\ell, \vartheta) = \psi_{(3)}(\ell, \vartheta)$$

Das besagt:

$$\sum_j D_j j_j(\kappa \ell) P_j(\cos \vartheta) = \sum_n A_n h_n^{(1)}(\kappa \ell) P_n(\cos \vartheta) = \psi^{(2)}(\ell, \vartheta) \quad (3.36)$$

Multipliziert man (3.36) mit $P_{\bar{j}}(\cos\vartheta) \sin\vartheta$ und integriert man über ϑ in dem Wertebereich $0 \leq \vartheta = \vartheta$, so erhält man wegen der Orthogonalitätsrelation (3.31)

$$D_{\bar{j}} j_{\bar{j}}(\kappa\ell) \int_0^{\vartheta} [P_{\bar{j}}(\cos\vartheta)]^2 \sin\vartheta d\vartheta = \int_0^{\vartheta} \psi^{(2)}(\ell, \vartheta) P_{\bar{j}}(\cos\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta \quad (3.37)$$

Die Koeffizienten A_n sind noch unbekannt; sie müssten eigentlich auf analogem Wege aus dem stetigen Anschluss der in den Räumen 1 und 2 auftretenden Feldkomponenten bzw. der Debyeschen Potentiale bei $r = 1$ für $\alpha \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$ berechnet werden. An dieser Stelle wird eine weitere Näherung vorgenommen, indem man in (3.34) und damit auch in (3.35) nur das erste Summenglied berücksichtigt. Man setzt demnach

$$\psi^{(2)} \approx A_1 h_1'(\kappa\ell) P_1(\cos\vartheta) \quad (3.38)$$

Diese Näherung, die im Grunde darin besteht, dass man das Feld über dem offenen Kegelde durch das Strahlungsfeld des Hertzischen Dipols ersetzt, ist für die weiteren Überlegungen von einschneidender Bedeutung. Die Näherung wird um so besser gelten, je kleiner einerseits der Kegelöffnungswinkel ist und grösser andererseits die Länge des Kegels im Vergleich zur Betriebsfrequenz gewählt wird; oder was damit gleichbedeutend ist, für $\kappa\ell \gg 1$. Mit (3.38) folgt aus (3.37):

$$D_{\bar{j}} j_{\bar{j}}(\kappa\ell) \int_0^{\vartheta} [P_{\bar{j}}(\cos\vartheta)]^2 \sin\vartheta d\vartheta = A_1 h_1'(\kappa\ell) \int_0^{\vartheta} P_1(\cos\vartheta) P_{\bar{j}}(\cos\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta \quad (3.39)$$

Das Integral auf der rechten Seite ist nach (3.33) zu berechnen. Damit sind die Entwicklungskoeffizienten $D_{\bar{j}}$ bis auf einen für alle $\bar{j}$ konstanten Faktor A_1 in erster Näherung bekannt. Man erhält:

$$D_{\bar{j}} = A_1 h_1'(\kappa\ell) \frac{\int_0^{\vartheta} P_1(\cos\vartheta) P_{\bar{j}}(\cos\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta}{j_{\bar{j}}(\kappa\ell) \int_0^{\vartheta} [P_{\bar{j}}(\cos\vartheta)]^2 \sin\vartheta d\vartheta} \quad (3.40)$$

Mit der Abkürzung

$$D_{\bar{j}} = A_1 h_1'(\kappa\ell) G_{\bar{j}} \quad (3.41)$$

und der Definition

$$\frac{dP_{\bar{j}}(\cos\vartheta)}{d\vartheta} = P_{\bar{j}}'(\cos\vartheta)$$

kann man die Felddarstellungen (3.17) und (3.21) in folgender Ge-

stalt schreiben:

$$E_{\bar{y}}^{(1)} = A_1 h_1^{(1)}(\kappa l) \sum_{\bar{y}} G_{\bar{y}} P_{\bar{y}}^{(1)}(\cos \vartheta) \left[\frac{1}{\kappa r} \frac{d}{d\kappa} (\dot{j}_{\bar{y}}(\kappa r) \cdot \kappa r) \right] \quad (3.42)$$

$$H_{\bar{y}}^{(1)} = i \frac{A_1 h_1^{(1)}(\kappa l)}{2_0} \sum_{\bar{y}} G_{\bar{y}} P_{\bar{y}}^{(1)}(\cos \vartheta) \dot{j}_{\bar{y}}(\kappa r) \quad (3.43)$$

Nach Durchführen der Integrationen in (3.40) erhält man für $G_{\bar{y}}$:

$$G_{\bar{y}} = \frac{(2\bar{y}+1) \cos \alpha}{(1-\bar{y})(2+\bar{y}) \left(\frac{\partial P_{\bar{y}}}{\partial \vartheta} \right)_{\vartheta=\bar{y}} \cdot \dot{j}_{\bar{y}}(\kappa l)} \quad (3.44)$$

Den Fall $\dot{j}_{\bar{y}}(\kappa l) = 0$, der nicht für alle $\bar{y}$ gleichzeitig auftritt, muss man durch einen Grenzübergang in (3.36) gesondert behandeln.

Die Konstante A_1 erhält man aus der Bedingung, dass am Kegelseite bei $r = 1$ die Normalkomponenten $E_{\bar{y}}$ der elektrischen Feldstärke in den beiden Räumen entgegengesetzt gleich sein müssen; das besagt:

$$E_{\bar{y}}^{(1)}(\kappa, l) = - E_{\bar{y}}^{(2)}(\kappa, l) \quad (3.45)$$

Berücksichtigt man im Raum 1 nur die TEM - Welle, d.h. schreibt man an Stelle von (3.11)

$$E_{\bar{y}}^{(1)} = \frac{E_0}{4\pi\mu_0 \bar{y}} \left(\frac{e^{i\kappa r}}{\kappa r} + \beta \frac{e^{-i\kappa r}}{\kappa r} \right)$$

dann erhält man im Rahmen der vorliegenden Näherung die folgende Bestimmungsgleichung für A_1 :

$$A_1 h_1^{(1)}(\kappa l) \sum_{\bar{y}} G_{\bar{y}} P_{\bar{y}}^{(1)}(\cos \alpha) \left[\frac{1}{\kappa r} \frac{d}{d\kappa} (\dot{j}_{\bar{y}}(\kappa r) \cdot \kappa r) \right]_{r=l} = \frac{E_0}{4\pi\mu_0 l} \left(\frac{e^{i\kappa l}}{\kappa l} + \beta \frac{e^{-i\kappa l}}{\kappa l} \right) \quad (3.46)$$

Bei bekanntem Reflexionsfaktor sind damit in erster Näherung sämtliche im Kegelinernen zur Berechnung der Feldverteilung benötigten Konstanten bekannt, und man ist in der Lage, die Verteilung des elektrischen und des magnetischen Feldes auf der Kegeloberfläche im Inneren des Kegels näherungsweise zu berechnen.

Im folgenden Kapitel wird das Ergebnis der vorliegenden Rechnung den gemessenen Feldverteilungen gegenübergestellt. Die ausgerechneten Näherungsfunktionen sind alle mit einem konstanten, multiplikativen Fehler behaftet, der auf die nur angenäherte Bestimmung der Konstanten A_1 zurückzuführen ist. Deswegen wird auf eine Normierung der berechneten Feldfunktionen mit (3.46) verzichtet. Die Normierung der nach (3.42) und (3.43)

berechneten Feldverteilungen im Inneren der Kegel wird dergestalt vorgenommen, dass die maximale Amplitude der errechneten Verteilung des magnetischen Feldes in Übereinstimmung gebracht wird mit der Maximalamplitude des gemessenen Magnetfeldes. Dieses Verfahren ist gleichbedeutend mit einer experimentellen Bestimmung der Konstanten A_1 .

In Abb. 18 sind nach (3.43) die ersten 3 Näherungsfunktionen für die Verteilung der Amplitude des magnetischen Feldes im inneren eines Kegelstrahlers mit einem Öffnungswinkel von $2\alpha = 75^\circ$ bei $\kappa l = 3\pi$ wiedergegeben. Zum Vergleich sind die gemessenen Werte mit eingetragen. Die Ergebnisse in Abb. 18 zeigen, dass für $\kappa l \gg 1$ die Näherung nach (3.43) die Verteilung der Amplitude des magnetischen Feldes im Inneren eines Kegels mit nicht allzu grossem Öffnungswinkel sehr gut beschreibt. Eine eingehende Diskussion der Ergebnisse dieses Abschnittes findet man im nächsten Kapitel, in dem berechnete und gemessene Feldverteilungsfunktionen einander gegenübergestellt werden.

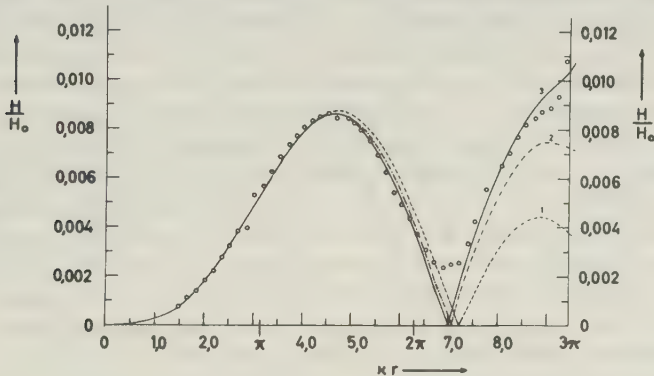


Abb. 18. Theoretische Verteilung der Amplitude des magnetischen Feldes auf der inneren Oberfläche eines Kegelstrahlers mit $2\alpha = 75^\circ$ bei $\kappa l = 3\pi$. 1. erste Näherung, 2. zweite Näherung, 3. dritte Näherung, oooo = Messpunkte.

3.4.2. Die gemessene Verteilung elektromagnetischer Felder auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegeldipolen

Die Tangentialkomponenten des magnetischen Feldes wurden nach Betrag und Phase auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegelantennen mit Öffnungswinkeln von $2\alpha = 10^\circ$, $2\alpha = 30^\circ$ und $2\alpha = 75^\circ$ in Abhängigkeit vom Ort auf der Aussen- und der Innenfläche bei verschiedenen Betriebsfrequenzen gemessen. Auf dem Kegelstrahler mit $2\alpha = 75^\circ$, der breitbandigsten rotationssymmetrischen Kegelantenne wurde auch die Verteilung des elektrischen Feldes bestimmt. In den Abb. 19 bis 26 sind die Ergebnisse dieser Messungen wiedergegeben.

Die Beträge der Felder nehmen überall auf der Aussenfläche zum Speisepunkt hin sehr stark zu. Dieses Verhalten ist auch zu erwarten, die Rechnung ergibt nach (3.11) und (3.15) eine $\frac{1}{r}$ - Abhängigkeit des Feldstärkebetrages; theoretisch liegt bei $r = 0$, im Antennenfusspunkt, eine Singularität vor, die sich in praxi durch ein steiles Anwachsen der Feldstärkebeträge für $r \rightarrow 0$ zu einem selbstredend endlichen, aber gegenüber den auf der vorderen Strahlerhälfte auftretenden Amplituden sehr grossen Wert bemerkbar macht. Wegen dieses steilen Anstiegs der Feldamplituden für $r \rightarrow 0$ wurden alle auf der Aussenfläche der Kegelantennen gemessenen Feldbeträge in logarithmischem Massstab aufgetragen. So erhält man eine Darstellung der Amplitudenverteilung, die an jeder Stelle r die charakteristische Struktur der Feldverteilung deutlich zeigt. Für die im Inneren der Kegel gemessenen Feldverteilungen wurde dagegen eine lineare Darstellung gewählt, weil wegen des starken Abklingens der Feldamplituden zur Kegelspitze hin ein logarithmischer Massstab die Ergebnisse zu stark verzerren würde. Die im Kegelinneren und auf der Aussenfläche gemessenen Felder wurden deswegen getrennt dargestellt. In jedem Fall schliessen an der Stelle $r = 1$ die im Innenraum gemessenen Funktionen stetig differenzierbar an die auf der Aussenfläche gemessenen an, wenn man die Wandstärke der Kegel in den Diagrammen berücksichtigt. Die Dicke der Kegelwand wird überall durch die doppelt gezeichnete Ordinate maßstabsgetreu berücksichtigt.

Auf allen drei untersuchten Kegeln hat die Verteilungsfunktion der Amplituden auf der Aussenfläche qualitativ die gleiche Ortsabhängigkeit mit quantitativen Unterschieden, Abb. 19, 20, 23 und 24. Mit zunehmendem Kegelöffnungswinkel nehmen offensicht-

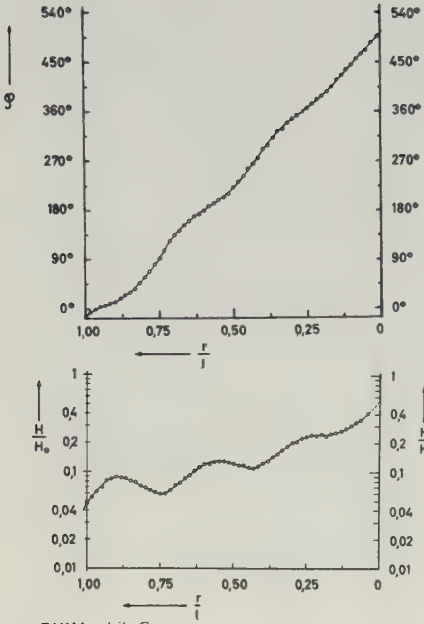


Abb. 19 a

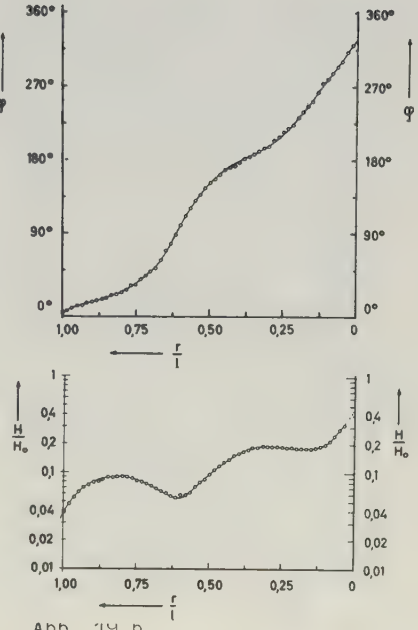


Abb. 19 b

Abb. 19. Verteilung des magnetischen Feldes auf der äusseren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 10^\circ$ nach Betrag und Phase

19 a $l_h = 1,50$

19 b $l_h = 1,00$

19 c $l_h = 0,75$

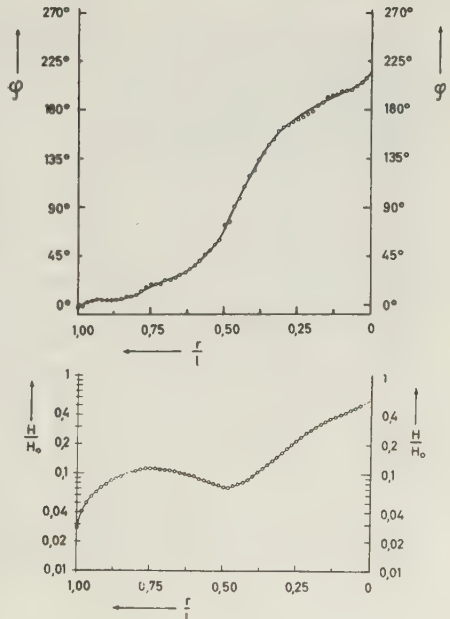


Abb. 19 c

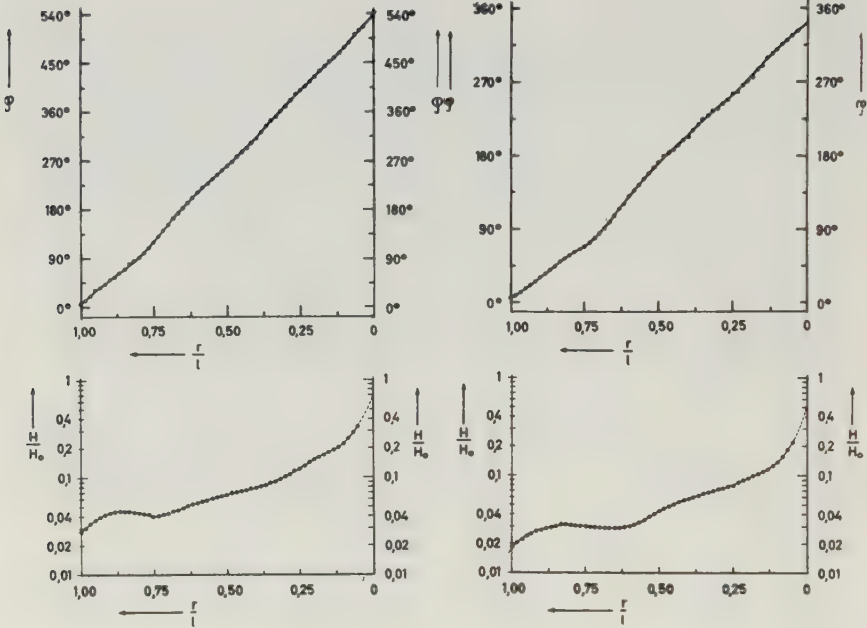


Abb. 20 a

Abb. 20 b

Abb. 20. Verteilung des magnetischen Feldes auf der äusseren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 30^\circ$ nach Betrag und Phase

20 a $\ell_h = 1,50$

20 b $\ell_h = 1,00$

20 c $\ell_h = 0,75$

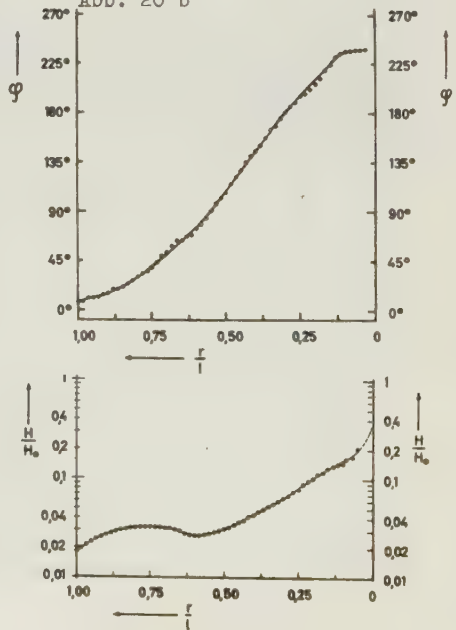


Abb. 20 c

lich die relativen Amplitudenschwankungen ab; dem entspricht eine Zunahme der Breitbandigkeit und ein Anwachsen der Strahlungsdämpfung. Zu dem gleichen Ergebnis führt eine Betrachtung der Phasenverteilung, die sich mit wachsendem Öffnungswinkel bis $2\alpha = 75^\circ$ immer mehr einer Geraden nähert. Von den in der vorliegenden Arbeit untersuchten Kegelstrahlern zeigen sich auf dem mit einem Öffnungswinkel von $2\alpha = 75^\circ$ sowohl die kleinsten Phasenschwankungen als auch die kleinsten relativen Amplitudenschwankungen. Das war auch zu erwarten, denn dieser Kegel stellt den breitbandigsten aller möglichen Kegelstrahler dar.

Die auf der Innenfläche der Kegel gemessenen Feldverteilungen der magnetischen Feldstärke sind in den Abb. 21, 22, 25 und 26 wiedergegeben. Im Inneren der beiden Kegel mit $2\alpha = 10^\circ$ und $2\alpha = 30^\circ$ (Abb. 21 bis 22) ist die Feldstärke - Amplitude vom Kegelmund zur Kegelspitze hin extrem stark gedämpft. Dieses Ergebnis der Messung entspricht dem von der Theorie in (3.43) geforderten Amplitudenverlauf. Für Kegel mit sehr kleinen Öffnungswinkeln liefert Gl. (3.30) sehr grosse Eigenwerte $\bar{\nu}$, d.h. es ist $\bar{\nu} \gg 1$. Aus (3.30) ergibt sich für $2\alpha = 10^\circ$ und $2\alpha = 30^\circ$ für den jeweils ersten und niedrigsten Eigenwert $\bar{\nu}_1$:

$$\begin{array}{ll} 2\alpha = 10^\circ & \bar{\nu}_1 = 26,3 \\ 2\alpha = 30^\circ & \bar{\nu}_1 = 8,65 \end{array}$$

Die diesen Eigenwerten entsprechenden Eigenfunktionen, die sphärischen Besselfunktionen mit dem Index $\bar{\nu}_1$ zeigen für abnehmendes Argument $\bar{\nu}_1 r$ ebenfalls ein sehr starkes Abklingen gegen Null. In den Abb. 21 bis 22 sind diese Eigenfunktionen, die nach (3.43) der ersten Näherung der Feldverteilungsfunktion entsprechen, mit eingezeichnet. Die Konstante A_1 wurde dabei, wie bereits erwähnt, dadurch bestimmt, dass für $r = 1$ der dort theoretisch erwartete Wert mit dem an dieser Stelle experimentell ermittelten identifiziert wurde. Für den schmalsten Kegel mit $2\alpha = 10^\circ$ führte dieses Verfahren zu einer sehr guten Übereinstimmung von Theorie und Messung. Das bedeutet, dass für Kegel mit kleinen Öffnungswinkeln im Inneren nur der erste der möglichen Wellentypen eine Rolle spielt und dass für kleine α die in 3.4.1. entwickelte Theorie eine sehr brauchbare Lösung darstellt.

Bei dem Kegel mit $2\alpha = 30^\circ$ reicht zunächst die erste Näherung mit dem beschriebenen Normierungsverfahren scheinbar nur da-

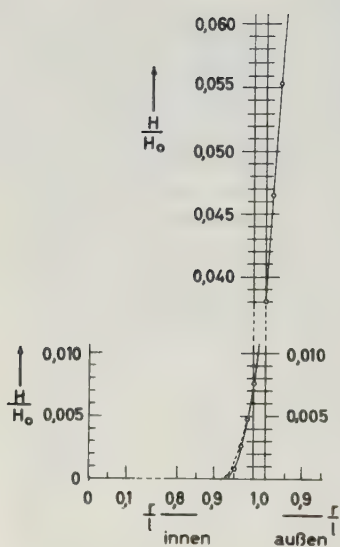


Abb. 21 a

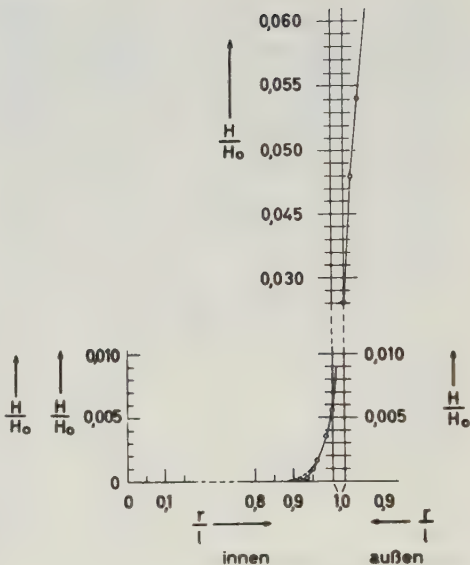


Abb. 21 b

Abb. 21. Der Betrag des magnetischen Feldes auf der inneren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 10^\circ$

21 a $\frac{l}{\lambda} = 1,50$

21 b $\frac{l}{\lambda} = 1,00$

21 c $\frac{l}{\lambda} = 0,75$

Die gestrichelte Kurve ist nach (3.43) in erster Näherung berechnet.

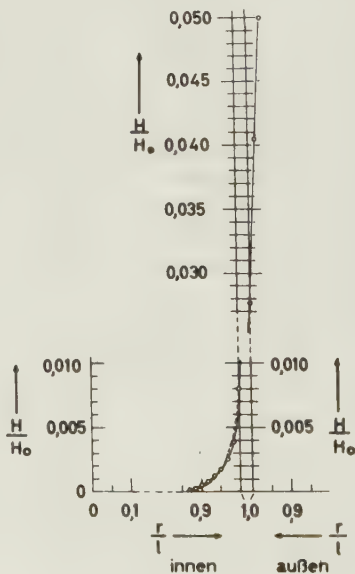


Abb. 21 c

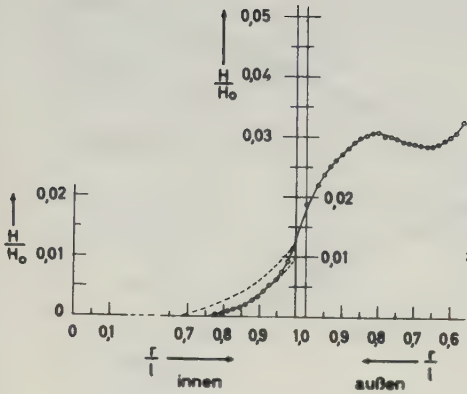


Abb. 22 a

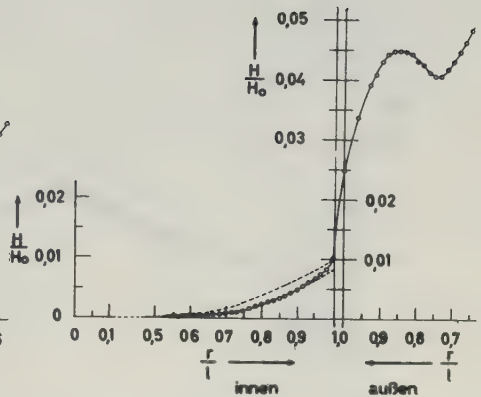


Abb. 22 b

Abb. 22. Betrag des magnetischen Feldes auf der inneren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 30^\circ$. Gestrichelt: 1. Näherung nach (3.43) mit verschiedener Normierung.

22 a: $\ell/\lambda = 1,5$ 22 b: $\ell/\lambda = 1,0$

zu, den Amplitudenverlauf qualitativ zu beschreiben. Aus den Abb. 22 a und 22 b geht hervor, dass die errechnete Funktion in erster Näherung überall grösser ist als die experimentell ermittelte. Normiert man aber die erste Näherung nicht auf den experimentell gefundenen Wert bei $r = 1$ sondern auf einen ca um 0,1 l vom Antennenende entfernt gemessenen Wert, dann stellt man fest, dass für alle $r/l \leq 0,05$ die erste Näherung die wahre Feldverteilung wieder sehr gut beschreibt. Der Einfluss der nächst höheren Oberwelle ist, wie aus den Abb. 22 a und 22 b zu entnehmen, relativ gering. Das zeigt, dass auch für Öffnungswinkel bis $2\alpha = 30^\circ$ die in 3.4.1. vorgelegte Theorie noch recht gute Ergebnisse liefert.

Bei den in 3.4.1. angestellten Überlegungen hat aber eine eventuelle Strahlungsdämpfung keine Berücksichtigung gefunden. Ausserdem wurde das Feld des Aussenraumes im Bereich des Kegelöffnungswinkels $0 \leq \vartheta \leq \alpha$ durch das Feld des Hertzischen Dipols angenähert, das als erste Kugelfunktion $P_1(\cos \vartheta)$ in der exakten und vollständigen Entwicklung des Feldes im Aussenraum in

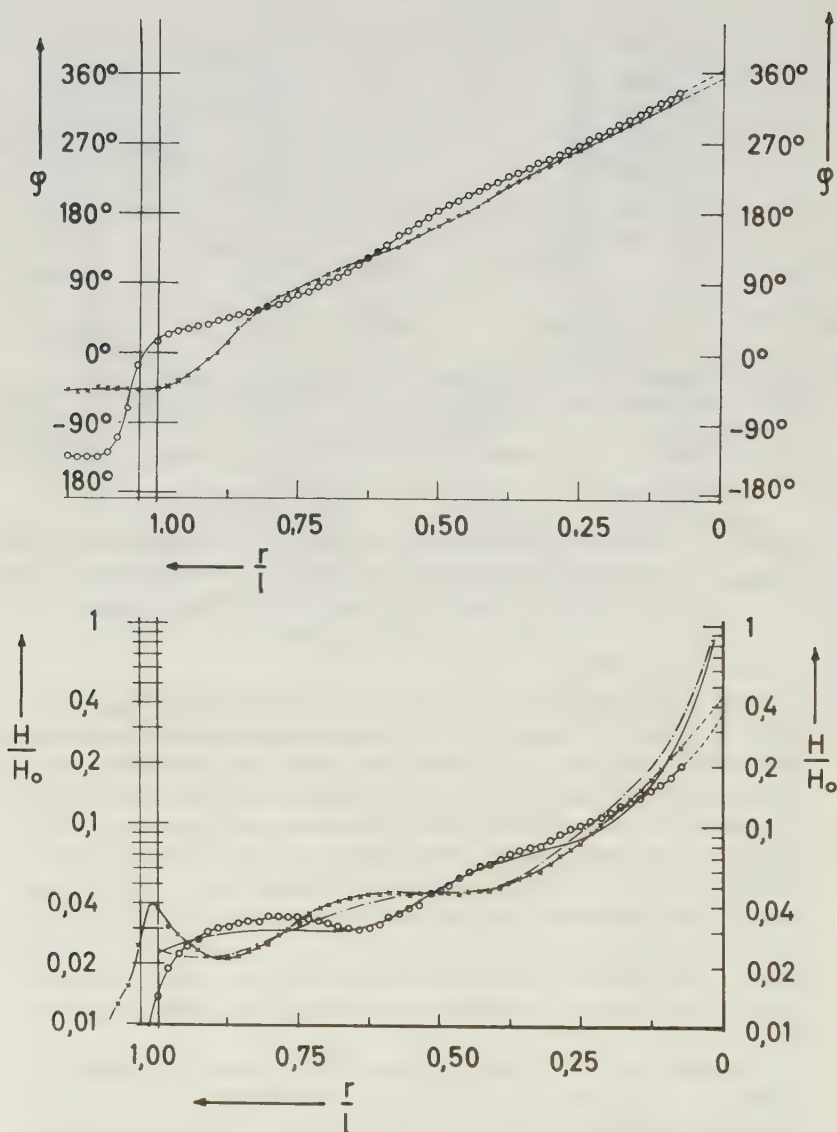


Abb. 23. Magnetische (ooo) und elektrische (xxx) Feldstärke auf der äusseren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 45^\circ$ bei $l/\lambda = 1,00$ nach Betrag und Phase. — Magnetisches Feld, - - - elektrisches Feld berechnet nach TEM - Näherung.

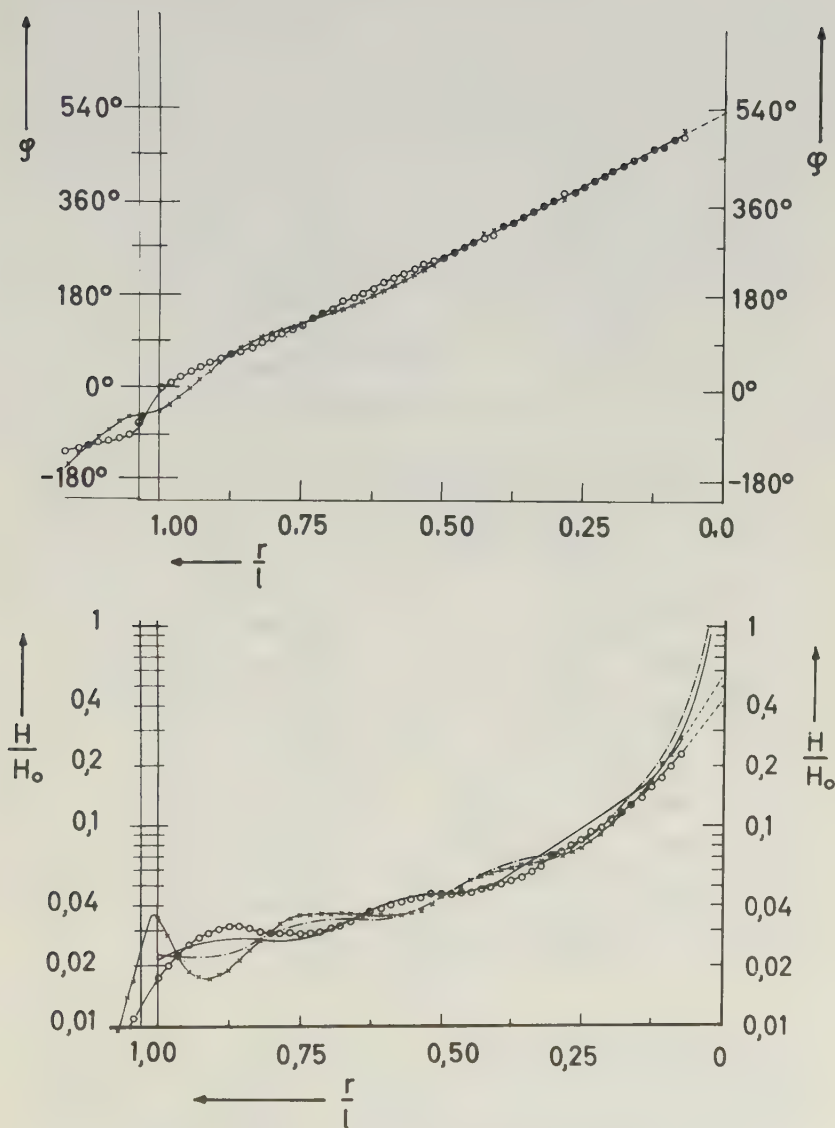


Abb. 24. Magnetische (ooo) und elektrische (xxx) Feldstärke auf der äusseren Oberfläche einer Kegelantenne mit $2\alpha = 45^\circ$ bei $e_{\lambda} = 1,50$ nach Betrag und Phase. — magnetisches, - - - elektrisches Feld berechnet nach TEM - Näherung.

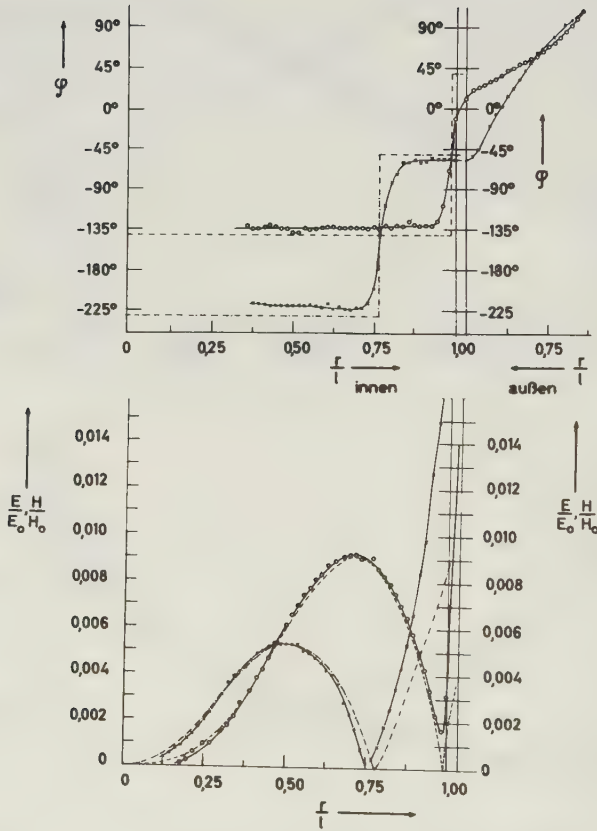


Abb. 25. Magnetisches Feld (ooo) und elektrisches Feld (xxx) auf der inneren Oberfläche einer Kegelantenne bei $e_{\lambda} = 1,00$, $2\alpha = 75^\circ$ nach Betrag und Phase. -----Magnetisches Feld und-----elektrisches Feld in 3. Näherung berechnet nach (3.42) und (3.43)

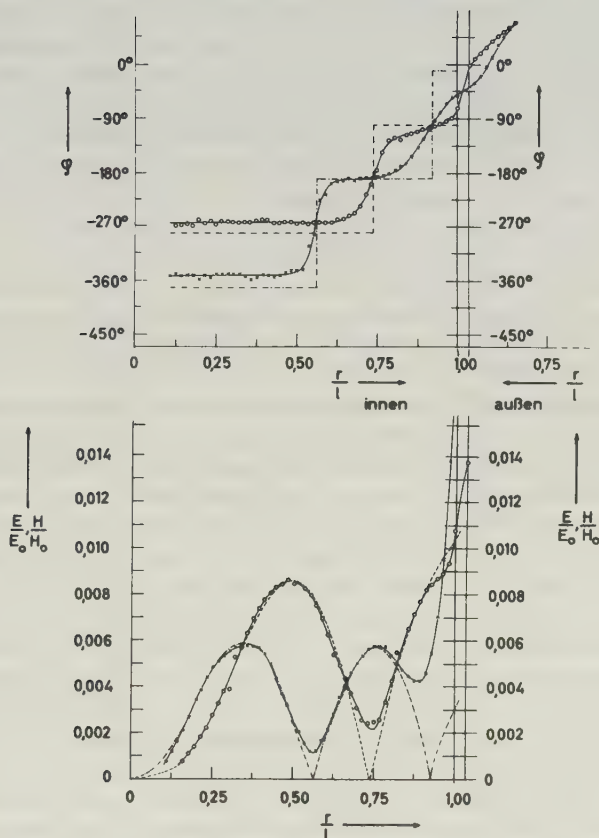


Abb. 26. Magnetisches Feld (ooo) und elektrisches Feld (xxx)
auf der inneren Oberfläche einer Kegelantenne bei $l/\lambda = 4,50$, $2\alpha = 75^\circ$
nach Betrag und Phase. — — — Magnetisches Feld und
— — — elektrisches Feld in 3. Näherung berechnet nach
(3.42) und (3.43)

jedem Fall in Erscheinung treten wird. Wenn nun die durchgeführte Näherung die Verhältnisse so gut beschreibt, wie das hier der Fall ist, dann folgt zwangsläufig, dass die Feldverteilung im Inneren von Kegeln mit Öffnungswinkeln $2\alpha = 30^\circ$ keinen wesentlichen Einfluss auf das Fernfeld hat. Es ist demnach unerheblich für das Verhalten eines Kegelstrahlers bezüglich seines Fernfeldes und bezüglich seiner Impedanz ob der Kegel an seinem Ende offen oder mit einer Kappe verschlossen ist. Diese schon bekannte Tatsache findet hier ihre Begründung.

Die Phasenverteilung im Kegelinneren ist für die beiden schmalen Kegel hier nicht wiedergegeben. Wegen der extrem niedrigen und obendrein noch schnell abklingenden Feldamplituden war es schwierig, eine exakte, quantitative Phasenmessung durchzuführen. Es stellte sich aber heraus, dass der Phasenverlauf im Kegelinneren für die beiden Kegel mit Öffnungswinkeln von $2\alpha = 10^\circ$ und $2\alpha = 30^\circ$ über den gesamten Bereich von r konstant ist.

Besonderes Interesse verdienen die Ergebnisse der Feldverteilungsmessungen auf der Oberfläche der breitbandigsten Kegelantenne, derjenigen mit einem Öffnungswinkel von $2\alpha = 75^\circ$. Die Abb. 23 und 24 zeigen die Verteilung des elektrischen und des magnetischen Feldes auf der äusseren Kegeloberfläche nach Betrag und Phase; in den Abb. 25 und 26 sind die Feldverteilungen im Kegelinneren wiedergegeben. Die doppelt gezeichnete Ordinate repräsentiert dabei die Wandstärke des Kegels.

Der Verlauf der Amplitude zeigt im Aussenraum qualitativ die gleiche Ortsabhängigkeit wie auf den Kegeln mit kleineren Öffnungswinkeln. Die Unterschiede zu den vorher diskutierten Verteilungsfunktionen bestehen im wesentlichen darin, dass die relativen Amplitudenschwankungen hier kleiner sind. Dieses Verhalten entspricht genau der Tatsache, dass der Kegel mit $2\alpha = 75^\circ$ der breitbandigste Kegelstrahler ist. Die Amplitudenschwankungen des elektrischen Feldes erfolgen gegenüber denen des Magnetfeldes im Gegentakt. Zum Vergleich sind überall die nach der TEM - Theorie errechneten Amplitudenfunktionen mit eingezeichnet. Nach (3.11) und (3.15) wird die TEM - Welle durch folgende Ausdrücke beschrieben:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{e^{i\alpha r}}{\alpha r} - \beta \frac{e^{-i\alpha r}}{\alpha r} \right) \quad (3.47)$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{e^{i\kappa r}}{\kappa r} - \beta \frac{e^{-i\kappa r}}{\kappa r} \right) \quad (3.48)$$

Für E_0 und H_0 wurden in dieser Darstellung gemäss der benutzten Normierungsvorschrift diejenigen Feldamplituden gewählt, die in der Antennenspeiseleitung bei vorgegebener Speisespannung U dann auftreten würden, wenn diese 60-Ohm-Leitung an Stelle der Antenne mit einem Widerstand von 60 Ohm angepasst abgeschlossen wäre. Die Werte des Reflexionsfaktors β sind experimentell über eine Impedanzmessung ermittelt worden. Die Messung führte zu folgenden Ergebnissen für β :

bei $\kappa l = 2\pi$, d.h.	$\zeta_A = 1,0$	$\beta = -0,015 + i 0,120$
bei $\kappa l = 2\pi$, d.h.	$\zeta_A = 1,5$	$\beta = 0,015 + i 0,087$

Besonders in der Umgebung der Antennenmitte ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen Amplitudenverteilung mit den nach (3.47) und (3.48) errechneten Feldverteilungen. Am Antennenende und in der Umgebung des Antennenspeisepunktes treten quantitative Abweichungen der gemessenen von den errechneten Funktionen auf. Offensichtlich tragen am Antennenende die höheren Wellentypen neben der TEM - Welle noch einen merkbaren Anteil zur Feldamplitude bei. Diese höheren Wellentypen werden bezüglich ihrer r - Abhängigkeit durch sphärische Besselfunktionen mit dem Argument κr beschrieben (3.11) und (3.15). Mit abnehmendem Argument κr tritt der Einfluss dieser Besselfunktionen immer mehr zurück, im Speisepunkt bei $r = 0$ verschwindet wegen $j_0(0) = 0$ dieser Anteil völlig. Dieser Umstand macht sich für abnehmende r mit einer zunehmenden Übereinstimmung der nach der TEM - Theorie errechneten mit den gemessenen Feldverteilungen bemerkbar. Die Abweichungen der experimentellen von den theoretischen Werten in der Umgebung des Speisepunktes sind mit der nach der Theorie im Speisepunkt bei $r = 0$ auftretenden Singularität der Felder zu erklären. Diese Singularität tritt natürlich in praxi nicht auf, sie macht sich nur durch ein steiles Anwachsen der Amplitude für $r \rightarrow 0$ zu einem relativ hohen aber endlichen Wert bemerkbar.

Die aus der TEM - Theorie errechneten Amplitudenfunktionen zeigen kleinere relative Schwankungen als die gemessenen Funktionen. Daraus kann man entnehmen, dass sich die Oberwellen ungünstig auf die Breitbandigkeit eines Strahlers auswirken. Je we-

niger die Oberwellen gedämpft sind, desto schmalbandiger wird der Strahler sein.

Bei den gemessenen Phasenverteilungen treten ebenso wie bei den Amplitudenfunktionen Schwankungen auf, die für das H- und das E - Feld erwartungsgemäss im Gegentakt erfolgen. Die Phasenschwankungen sind in der Endzone der Antenne am grössten, sie nehmen zum Antennenspeisepunkt hin ab. Für $r/\lambda \leq 0,5$ nähert sich der Phasenverlauf einer Geraden. In diesem Bereich ist die Phasendifferenz zwischen elektrischem und magnetischem Feld nahezu konstant. In Verbindung mit den Ergebnissen der Amplitudenmessungen kann man daraus folgern, dass die elektrischen Eigenschaften eines Kegelstrahlers im wesentlichen von den Feldern in der Umgebung des Fusspunktes bestimmt werden. Dort ist offensichtlich die Strahlungsdämpfung am grössten. Dieses Verhalten zeigen übrigens auch die Kegelstrahler mit kleineren Öffnungswinkeln.

Der nach der TEM - Theorie errechnete Phasenverlauf ist bis kleine Abweichungen in der Umgebung des Antennenendes mit dem gemessenen identisch. Der besseren Übersichtlichkeit wegen ist in den Abb. 23 und 24 die theoretische Phasenverteilung nicht mit eingezeichnet.

In den Abb. 25 und 26 sind die auf der inneren Oberfläche des Kegels mit $2\alpha = 75^\circ$ gemessenen Verteilungen des elektrischen und des magnetischen Feldes nach Amplitude und Phase für $r/\lambda = 1,0$ und $r/\lambda = 1,5$ wiedergegeben. Gleichzeitig sind dort die nach (3.42) und (3.43) in dritter Näherung errechneten Feldverteilungen eingetragen. Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der theoretischen mit den gemessenen Funktionen besonders im Bereich $r \leq 0,5$. In diesem Bereich liefern nur die jeweils ersten Summenglieder aus (3.42) und (3.43) noch einen Beitrag (Abb. 18). Mit wachsendem r , d.h. zum Antennenende hin nimmt der Einfluss der höheren Eigenfunktionen zu, demzufolge treten dort die bei der Berechnung der Entwicklungskoeffizienten vorgenommenen Vernachlässigungen stärker in Erscheinung als in der Umgebung der Kegelspitze. Hier wird deutlich, dass die in Kap. 3.4.1. vorgelegte Theorie zwar für die absoluten Beträge der Entwicklungskoeffizienten G_n sehr gute Werte liefert, dass aber die Phasen dieser Koeffizienten von der Rechnung überhaupt nicht wiedergegeben werden. Das ist eine Folge der Näherung (3.38). Dort wird über der Kegelöffnung $0 \leq \vartheta \leq \alpha$ für das Fernfeld nur das Feld des Hertzschen Dipols berücksichtigt. Wegen der im Kegelinneren

nur relativ geringen Strahlungsdämpfung führt diese Näherung aber trotzdem zu einer recht brauchbaren Beschreibung insbesondere der Verteilung des magnetischen Feldes. Die Lage der Extrema der Amplitudenfunktion wird ebenso gut beschrieben wie die Grösse der Maxima und die Lage und die Grösse der Phasensprünge. Die Verteilung des elektrischen Feldes wird von der Theorie besonders am Antennenende nicht so gut erfasst wie die des Magnetfeldes; das liegt, wie schon im vorigen Kapitel erwähnt, daran, dass in (3.36) nur eine stetige, nicht aber eine stetig differenzierbare Anpassung der Debyeschen Potentiale vorgenommen wurde. Aber auch so führt die Theorie zu befriedigenden Ergebnissen.

Die gemessenen Amplitudenverteilungen zeigen den für eine stehende Welle mit geringer Strahlungsdämpfung charakteristischen Verlauf. An den Stellen der Amplitudenminima treten demgemäss Phasensprünge um 180° auf, die entsprechend der Grösse der vorhandenen Strahlungsdämpfung verschliffen sind. Aus diesem Ergebnis kann man schliessen, dass für hohe Frequenzen ($\ell/\lambda \geq 1,5$) die Endzone des Kegelininneren bis ungefähr $r/\ell = 0,5$ noch einen Beitrag zum Fernfeld des Kegelstrahlers leistet.

3.5. Die Stromverteilungen auf rotationssymmetrischen Kegelstrahlern.

Aus den gemessenen Magnetfeldern kann man nach (3.9) die Stromverteilungen auf rotationssymmetrischen Kegelstrahlern ermitteln. In den Abb. 27 bis 29 sind die demgemäss bestimmten Stromverteilungsfunktionen für die Kegelstrahler mit Öffnungswinkeln von $2\alpha = 10^\circ$, $2\alpha = 30^\circ$ und $2\alpha = 75^\circ$ nach Betrag und Phase wiedergegeben. Sämtliche Amplitudenfunktionen wurden dabei auf die jeweilige Maximalamplitude normiert. In den Rahmen dieser Darstellung gehören auch die für den Lineardipol ermittelten Feldverteilungen in Abb. 14 a und 14 b.

Deutlicher als bei den Darstellungen der magnetischen Felder, deren Amplituden ja alle noch mit dem Faktor $1/4$ behaftet sind, wird aus den Stromverteilungsfunktionen der Zusammenhang zwischen der Breitbandigkeit der untersuchten Strahler und den Schwankungen der Feld- bzw. Stromamplituden deutlich:

Mit zunehmender Breitbandigkeit nehmen die Amplitudenschwankungen ab. Desgleichen ist deutlich zu erkennen, dass besonders die Zone in der Umgebung des Speisepunktes und die untere Hälfte

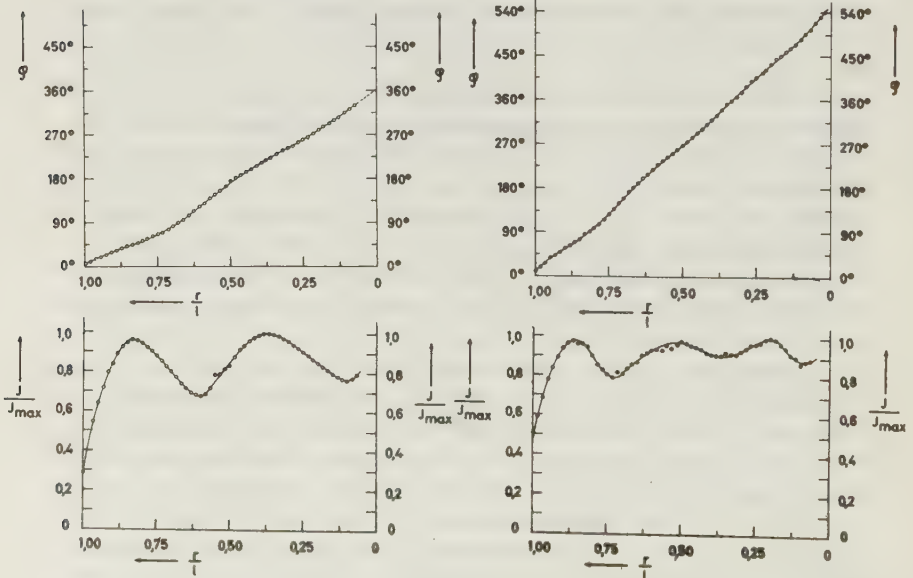
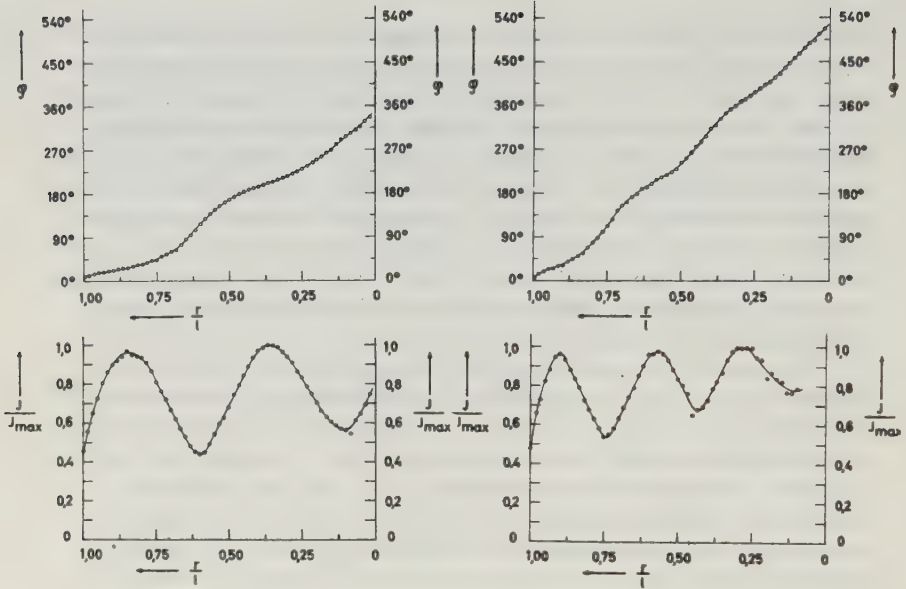


Abb. 27 u. 28. Stromverteilungen auf Kegelantennen

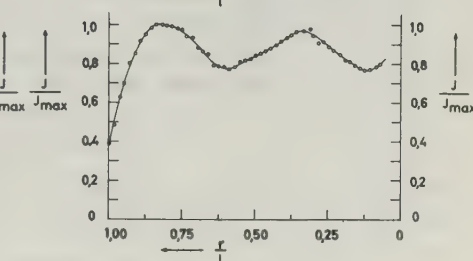
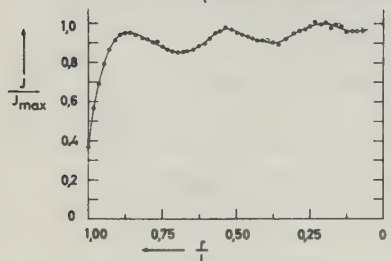
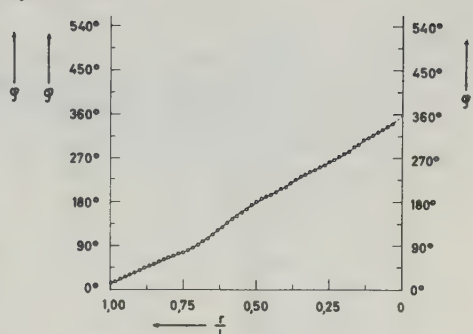
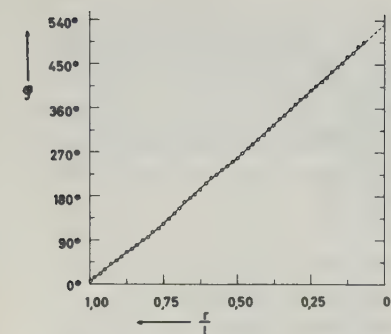


Abb. 29 a

Abb. 29 b

Abb. 29. Stromverteilung auf einer Kegelantenne mit $2\alpha = 75^\circ$
nach Betrag und Phase. 29 a: $l_h = 1,5$ 29 b: $l_h = 1,0$

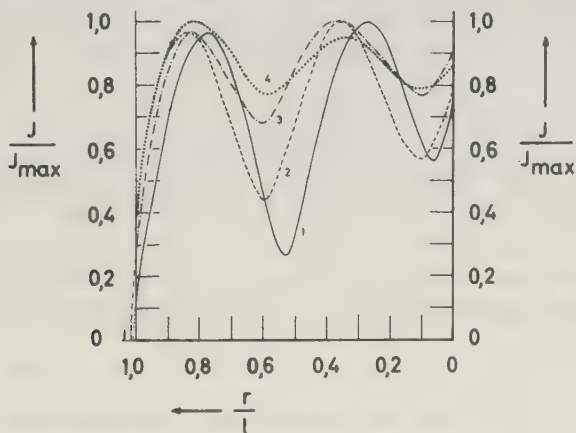


Abb. 30. Amplituden der Stromverteilungen auf Kegelantennen bei
 $l_h = 1,0$. 1. $2\alpha = 0^\circ$ (Lineardipol); 2. $2\alpha = 10^\circ$; 3. $2\alpha = 30^\circ$;
4. $2\alpha = 75^\circ$

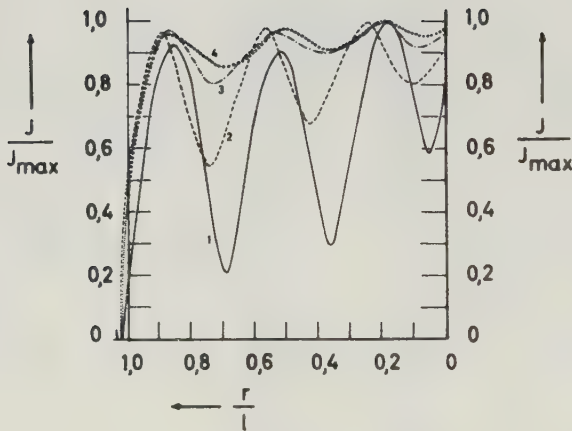


Abb. 31. Amplituden der Stromverteilungen auf Kegelantennen bei $\ell_\lambda = 1,5$. 1. $2\alpha = 0^\circ$ (Lineardipol); 2. $2\alpha = 10^\circ$; 3. $2\alpha = 30^\circ$; 4. $2\alpha = 75^\circ$

der Antenne für das elektrische Verhalten bei allen Strahlern die wesentliche Rolle spielt. Überall sind in diesem Bereich die relativen Amplitudenschwankungen am kleinsten, und die Phasensprünge sind dort mehr verschliffen als am Antennenende. Der Phasenverlauf nähert sich mit zunehmender Breitbandigkeit immer besser einer Geraden.

Daraus kann man ablesen, dass auf einem ideal breitbandigen Dipolstrahler folgende Verhältnisse herrschen müssen:

Die Amplitudenfunktion der Stromverteilung ist in Abhängigkeit vom Ort r auf dem Strahler eine Rechteckfunktion, es gilt:

$$J(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r = 1 \\ \text{const.} & \text{für } 0 \leq r < 1 \end{cases} \quad (3.49)$$

Die Stromphase lässt sich darstellen durch eine Gerade der Gestalt

$$\varphi(r) = 2\pi \frac{r}{\lambda} \quad (3.50)$$

In den Abb. 30 und 31 sind die ermittelten Stromamplituden von allen in der vorliegenden Arbeit untersuchten Strahlern für $\ell_\lambda = 1,0$ und $\ell_\lambda = 1,5$ jeweils zusammen aufgetragen. Diese Darstellungen zeigen deutlich die Berechtigung der soeben aufgestellten These.

Man erkennt: Mit zunehmender Breitbandigkeit des Strahlers verringert sich das Stehwellenverhältnis der auf dem Strahler ausgebildeten Stromverteilung. Die Stromverteilung nähert sich dabei immer mehr der Funktion (3.49) und (3.50), die man auf einer mit ihren Wellenwiderstand angepasst abgeschlossenen Leitung findet.

3.6. Die Ergebnisse der Nahfeldmessungen an rotationssymmetrischen Kegelantennen.

Die Ergebnisse der an rotationssymmetrischen Kegelstrahlern angestellten Nahfeldmessungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die Stromverteilung auf einem ideal breitbandigen Dipolstrahler ist identisch mit der Stromverteilung, die auf einer mit ihren Wellenwiderstand angepasst abgeschlossenen Leitung auftritt.
2. Die Energieabstrahlung erfolgt bei einer Kegelantenne vorwiegend von der Antennenzone, die dem Fusspunkt benachbart ist. Für die charakteristischen Eigenschaften eines Kegelstrahlers, wie Richtdiagramm, Impedanz und Breitbandigkeit sind vor allem die Felder auf der unteren Antennenhälfte verantwortlich.
3. Die neben der TEM - Welle auf einem Kegel ausgebildeten Oberwellen verringern die Breitbandigkeit des Richtdiagramms. Der Einfluss der Oberwellen bei Kegeln mit mittleren Öffnungswinkeln beschränkt sich vorwiegend auf die obere Antennenhälfte, d.h. auf die Zone in der Umgebung des Antennenendes.
4. Die in 3.4.1. aufgestellte Theorie beschreibt in guter Näherung die Feldverteilung im Inneren von Kegelantennen mit kleinen bis mittleren Öffnungswinkeln ($2\alpha \leq 75^\circ$). Die im Inneren der Kegel herrschenden Felder tragen nur wenig, für kleine Öffnungswinkel ($2\alpha \leq 30^\circ$) fast überhaupt nichts zur Struktur des Fernfeldes bei. Deswegen ist es gleichgültig, ob man einen Kegelstrahler mit Öffnungswinkeln von $2\alpha \leq 30^\circ$ an seinem Ende mit einer Kappe abschliesst oder ob man das Kegelende offen lässt.

4. Die Verteilung des magnetischen Feldes auf der Oberfläche von ebenen Kreissektordipolen.

4.1. Das Messprogramm und die theoretischen Grundlagen der experimentellen Untersuchung.

In [1] und [2] ist eine Theorie vorgelegt worden, die es gestattet, in erster Näherung das elektromagnetische Feld und die Kenngrößen von ebenen Sektorstrahlern, wie Richtdiagramme und Impedanz zu berechnen. Zu den gleichen Resultaten führen die im 5. Kap. der vorliegenden Arbeit angestellten Berechnungen. In jedem Fall stellen die bisherigen Lösungen deswegen nur eine 1. Näherung dar, weil in der unmittelbaren Umgebung des Strahlers nur die TEM - Welle Berücksichtigung findet und die höheren, zweifellos mitangeregten Wellentypen in die Rechnung nicht mit einbezogen werden. Die Berechnung dieser höheren Wellentypen stösst auf grosse mathematische Schwierigkeiten, wie im 5. Kap. dargelegt ist. Es treten dabei Lamésche Produkte mit nicht ganzen, komplexen Indizes als Eigenfunktionen auf, die noch weitgehend unbekannt sind und deren Auswertung extrem schwierig ist. Deswegen werden in der vorliegenden Arbeit die Nahfelder von Kreissektorantennen experimentell ermittelt. Für den wegen seiner optimalen Breitbandigkeit besonders interessanten Kreissektorstrahler mit 90° Öffnungswinkel wird ein Vergleich der gemessenen Feldstärken mit den nach der TEM - Näherung berechneten Felder durchgeführt.

Die Messungen wurden durchgeführt an Sektorstrahlern mit folgenden Öffnungswinkeln: $2\alpha = 30^\circ$; $2\alpha = 60^\circ$; $2\alpha = 90^\circ$ und $2\alpha = 120^\circ$. Bei ℓ/λ - Verhältnissen von $\ell/\lambda = 1,00$, $\ell/\lambda = 1,50$ und teilweise auch $\ell/\lambda = 0,75$ wurde die Verteilung des magnetischen Feldes auf der Oberfläche der Sektoren nach Betrag und Phase in Abhängigkeit von r , dem Abstand zum Fusspunkt, und in Abhängigkeit vom Winkel θ gegen die Mittelachse des Sektors ermittelt.

Bedingt durch die Ausdehnung der Sonde und ihrer Halterung konnten wegen des Knickes in der Sondenführung am Antennenfusspunkt die Felder nicht ganz zum Fusspunkt hin vermessen werden. Die Messungen konnten aber so weit durchgeführt werden, dass aus den Ergebnissen eine Extrapolation auf die Feldstärke im Speisepunkt möglich ist.

4.2. Das magnetische Feld auf der Oberfläche von ebenen Kreissektordipolen.

In den Abb. 32 bis 35 sind die Ergebnisse der Messungen nach Betrag und Phase dargestellt. Auf sämtlichen Sektoren hat der Verlauf des magnetischen Oberflächenfeldes qualitativ die gleiche Ortsabhängigkeit mit quantitativen Unterschieden. Alle Strahler haben zum Fusspunkt hin ein starkes Anwachsen der Feldamplituden gemeinsam; dieser steile Anstieg entspricht der nach der TEM - Theorie erwarteten $\frac{1}{r}$ - Abhängigkeit und der errechneten Singularität im Speisepunkt bei $r = 0$. Ebenso wie bei den Kegelantennen wurde auch hier bei den Sektorstrahlern die Feldstärkeamplitude logarithmisch in Abhängigkeit vom Ort aufgetragen, um die bei den kleineren Amplituden in der vorderen Antennenhälfte auftretenden Feldstärkeschwankungen besonders herauszustellen. An den Kanten wird nach der TEM - Theorie die Amplitude des Feldes singulär. Dem entspricht bei den vorliegenden Messergebnissen ein starkes Anwachsen der Feldamplituden von der Mitte zum Rand der Sektoren. Der Amplitudenzuwachs in der Randzone des Sektors ist um so steiler, je grösser der Öffnungswinkel des Sektors ist. Dieses Verhalten ist damit zu erklären, dass die zur Messung verwendeten Sektorstrahler eine endlich kleine Wandstärke haben im Gegensatz zu den in der Theorie angenommenen unendlich dünnen Sektordipolen. Dieser Umstand macht sich bei Sektoren mit kleinen Öffnungswinkeln stärker bemerkbar als bei Sektoren mit grossen Öffnungswinkeln; das bedeutet, dass bei Sektorstrahlern mit kleinen Öffnungswinkeln die Feldamplituden am Rand der Sektoren weniger stark anwachsen als bei weitwinkligen Sektordipolen. Im Grenzfall $2\alpha = 0$, d.h. für den Lineardipol, verschwindet der Amplitudenzuwachs, und die Feldverteilung ist der Stromverteilung proportional.

Eine Betrachtung der r - Abhängigkeit des Feldstärkebetrages lehrt, dass bei allen Strahlern die relativen Amplitudenschwankungen zum Rand hin abnehmen. Das bedeutet: Die Strahlungsdämpfung ist am Rand grösser als in der Mittelzone.

Erwartungsgemäss ist der Amplitudenverlauf des Feldes in Abhängigkeit von r auf dem Sektorstrahler mit $2\alpha = 90^\circ$ den kleinsten relativen Schwankungen unterworfen. Das entspricht durchaus den Ergebnissen früherer Arbeiten [1], [2], [25], in denen die 90° - Sektorantenne als breitbandigste aller Sektorantennen er-

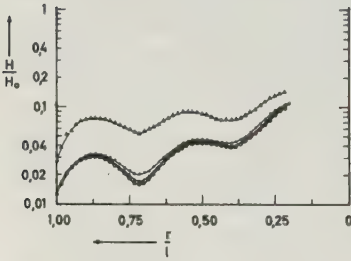
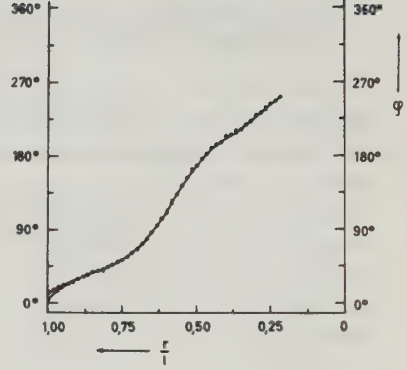
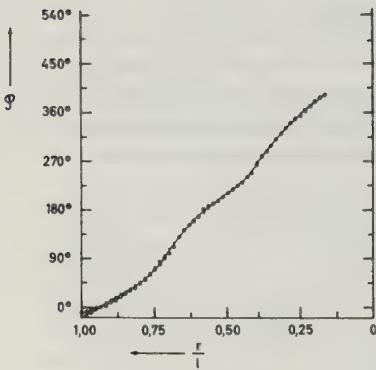


Abb. 32 a

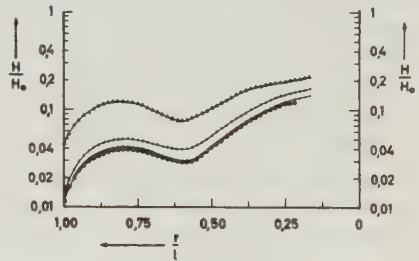


Abb. 32 b

Abb. 32 a - b. Magnetisches Feld auf einer Kreissektorantenne mit $2\alpha = 30^\circ$ nach Betrag und Phase. 32 a: $\ell_h = 1,5$; 32 b: $\ell_h = 1,0$. Amplitude im Winkel $\psi = 0^\circ, \psi = 5^\circ, \psi = 10^\circ, \psi = 15^\circ$ von unten nach oben. Phase: oooo 0° , xxxxx 15°

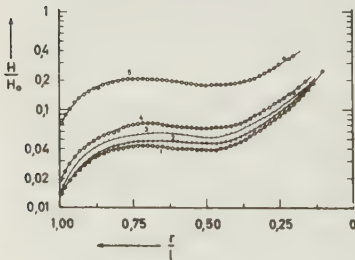


Abb. 33 a

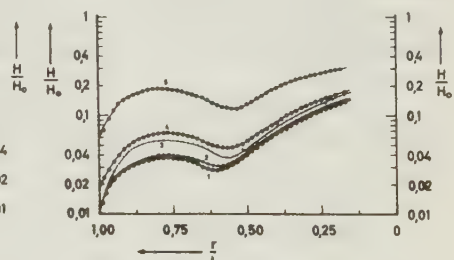


Abb. 33 b

Abb. 33. Kreissektorantenne, $2\alpha = 60^\circ$, Amplitude des magnetischen Feldes. 33 a: $\ell_h = 0,75$, 33 b: $\ell_h = 1,00$. 1. $\psi = 0^\circ$, 2. $\psi = 15^\circ$, 3. $\psi = 20^\circ$, 4. $\psi = 25^\circ$, 5. $\psi = 30^\circ$.

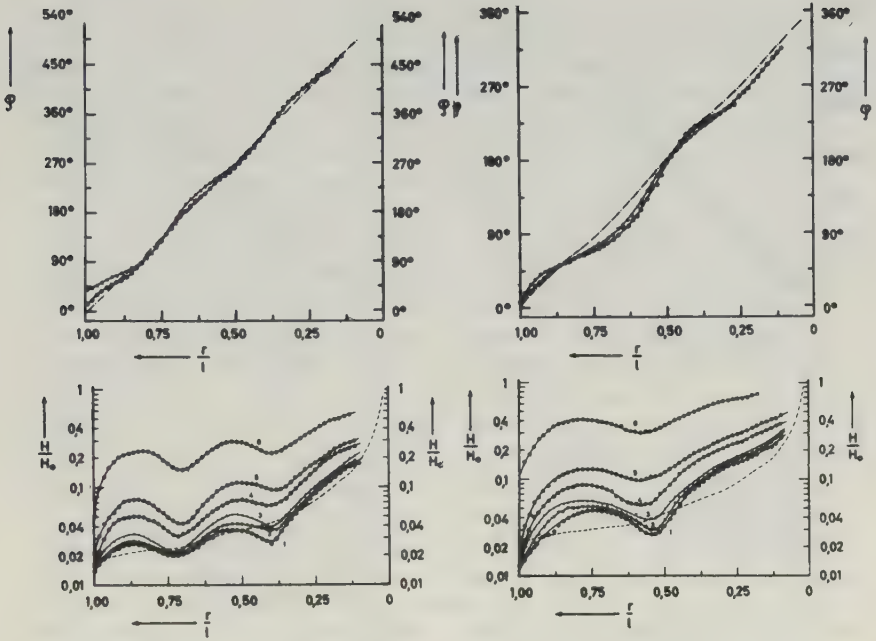


Abb. 34 a

Abb. 34 b

Abb. 34. Kreissektorantenne $2\alpha = 90^\circ$, Amplitude und Phase des magnetischen Feldes. 34 a: $l/\lambda = 1,5$; 34 b: $l/\lambda = 1,0$. 1. $\psi = 0^\circ$, 2. $\psi = 15^\circ$, 3. $\psi = 30^\circ$, 4. $\psi = 35^\circ$, 5. $\psi = 40^\circ$, 6. $\psi = 45^\circ$. Phase: ooo $\psi = 0^\circ$, xxx $\psi = 45^\circ$. --- TEM - Näherung für $\psi = 0^\circ$

mittelt worden ist. In den Abb. 34 a und 34 b ist der nach der TEM - Theorie errechnete Feldverlauf eingetragen. Während der Verlauf der Amplitude längs eines Kreisbogens auf dem Sektor in Abhängigkeit vom Winkel durch die Theorie noch recht gut beschrieben wird (man beachte auch Abb. 38) liefert die TEM - Näherung für die r - Abhängigkeit des Feldes nur eine in der Größenordnung mit dem gemessenen Feld übereinstimmende Funktion. Die relativen Amplitudenschwankungen des magnetischen Feldes werden von der TEM - Näherung nicht erfasst. Ausserdem kann man aus den in Abb. (34 a und 34 b dargestellten Kurven entnehmen, dass die 90 - Sektorantenne bezüglich ihres Richtdiagrammes schmalbandiger ist als aus der TEM - Näherung hervorgeht. Die gleiche Aussage kann man auch bezüglich des Eingangswiderstandes

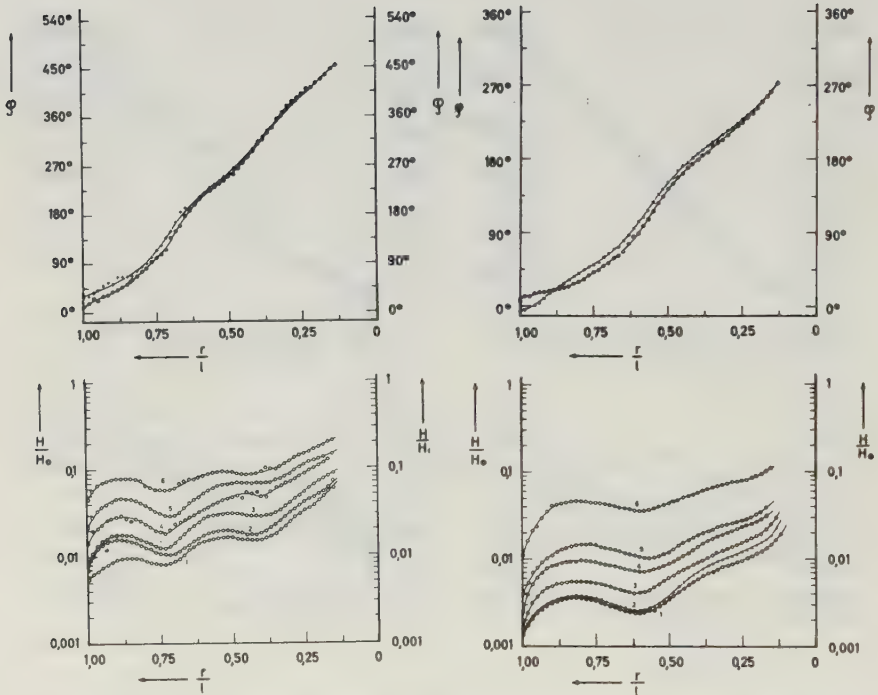


Abb. 35 a

Abb. 35 b

Abb. 35. Kreissektorantenne $2\alpha = 120^\circ$, Amplitude und Phase des magnetischen Feldes. 35 a: $\ell_h = 1,5$; 35 b: $\ell_h = 1,00$. Amplitude: 1. $\psi = 0^\circ$, 2. $\psi = 32^\circ$, 3. $\psi = 40^\circ$, 4. $\psi = 50^\circ$, 5. $\psi = 55^\circ$, 6. $\psi = 60^\circ$. Phase: ooo $\psi = 0^\circ$, xxx $\psi = 60^\circ$

aus dem Vergleich zwischen gemessener und berechneter Feldstärke treffen. Der theoretische Feldstärkeverlauf wird nach (5.40e) vom Reflexionsfaktor $\mathcal{R}$ bestimmt. Der Reflexionsfaktor $\mathcal{R}$ ist aber auch, wie in Kap.5 gezeigt, von den Oberwellen abhängig. Daraus kann man schliessen, dass die aus der TEM - Näherung berechnete Breitbandigkeit bezüglich des Impedanzverhaltens grösser sein muss als die Breitbandigkeit der gemessenen Ortskurve. Der in [2] durchgeführte Vergleich der nach der TEM - Näherung berechneten mit der gemessenen Impedanzortskurve zeigt eindeutig, dass über den gesamten Frequenzbereich die berechnete Ortskurve enger aufspült als die gemessene. Dieses Verhalten findet in der vor-

liegenden Arbeit seine Erklärung. Die Tatsache, dass der 90° - Sektor von allen Sektorantennen die breitbandigste ist, bleibt aber nach wie vor von den vorliegenden Ergebnissen unberührt bestehen; sie wird sogar bestätigt, denn der Feldverlauf auf dem 90° - Sektor zeigt überall kleinere relative Schwankungen als der auf anderen untersuchten Sektoren.

Die Phasenmessungen führen zu folgendem Ergebnis: Bei Sektoren mit kleinen Öffnungswinkeln, Abb. 32, ist die Phase des magnetischen Feldes über den gesamten Winkelbereich auf dem Sektor konstant. Mit wachsendem Öffnungswinkel tritt eine geringe Phasendrehung von der Sektormitte zum Sektorrand hin auf, die aber selbst bei Antennen mit grossen Öffnungswinkeln ($2\alpha = 120^\circ$, Abb. 35) in der Grössenordnung von 10° liegt und bei einer Gesamtdrehung der Phase um 180° und mehr längs der Antenne als unbedeutend betrachtet werden kann. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit dem nach der TEM - Näherung erwarteten Verhalten. Nach (5.40 e) ist nämlich die Phase des magnetischen Feldes auf einem Kreissektorstrahler unabhängig vom Winkel. Der Phasenverlauf in Abhängigkeit von r auf flächenhaften Kreissektorstrahlern stimmt qualitativ mit dem Phasenverlauf auf rotationssymmetrischen Kegeln überein. Auch auf sektorförmigen Flächenstrahlern nähert sich die Phasenfunktion in Abhängigkeit von r immer mehr einer Geraden, je breitbandiger der Strahler ist.

Ein Vergleich des nach der TEM - Näherung für den 90° - Sektor berechneten Phasenverlaufes mit den gemessenen Werten in den Abb. 34 a und 34 b zeigt insbesondere für hohe Frequenzen, $\ell/\lambda = 1,50$, eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen mit den berechneten Funktionen.

Eine quantitative Kontrolle des Gültigkeitsbereichs der TEM-Näherung kann für alle Sektoren wie folgt durchgeführt werden. Man bezieht die Feldstärke längs eines Kreisbogens auf dem Sektor auf die Feldstärke in der Mitte des Sektors bei $\vartheta = 0^\circ$. Nach Gleichung (5.40 e) erhält man für den Quotienten $\frac{H(\vartheta)}{H(\vartheta=0^\circ)}$ bei alleiniger Berücksichtigung der TEM - Welle

$$\frac{H(\vartheta)}{H(\vartheta=0^\circ)} = \frac{\sin \alpha}{(\cos^2 \vartheta - \cos^2 \alpha)^{1/2}} \quad (4.1)$$

Der Ausdruck (4.1) ist von r und von der Betriebsfrequenz unabhängig. An den Kanten, für $\vartheta = \alpha$, wird der Quotient (4.1) ebenso wie das Feld selbst singulär.

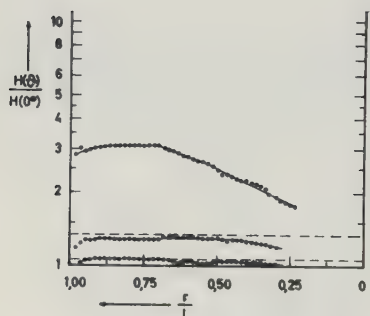


Abb. 36 a. $2\alpha=30^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=1.0$, $\vartheta=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$

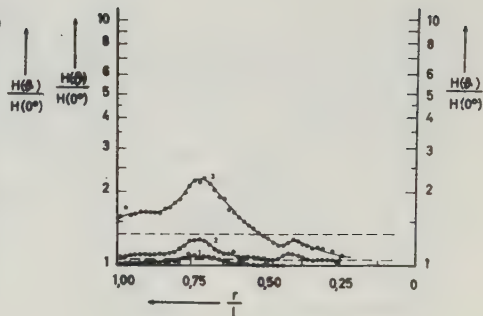


Abb. 36 b. $2\alpha=30^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=1.5$, $\vartheta=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$

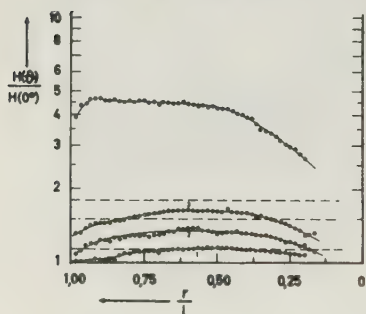


Abb. 37 a. $2\alpha=60^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=0.75$
 $\vartheta=15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$

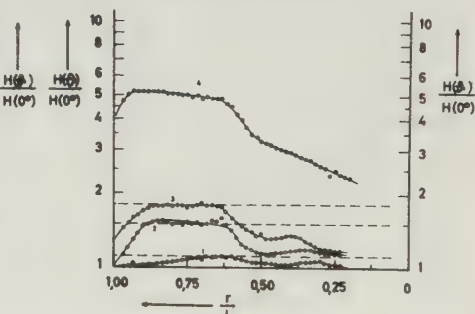


Abb. 37 b. $2\alpha=60^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=1.0$
 $\vartheta=15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$

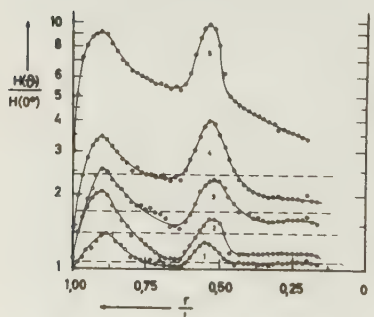


Abb. 38 a. $2\alpha=90^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=1.0$
 $\vartheta=15^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$

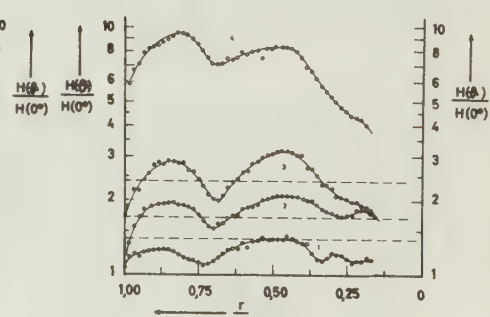


Abb. 38 b. $2\alpha=90^\circ$, $\frac{l}{\lambda}=1.0$
 $\vartheta=30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$

Abb. 36 - 38. Verteilung magnetischer Oberflächenfelder auf Kreissektoren normiert auf die Feldverteilung in der Sektormitte $\vartheta = 0^\circ$.

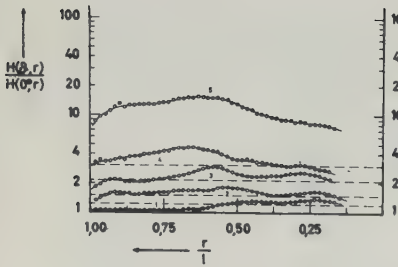


Abb. 39 a $\frac{\ell}{\lambda} = 1,00$

1. $\vartheta = 32^\circ$, 2. $\vartheta = 40^\circ$, 3. $\vartheta = 50^\circ$, 4. $\vartheta = 55^\circ$, 5. $\vartheta = 60^\circ$

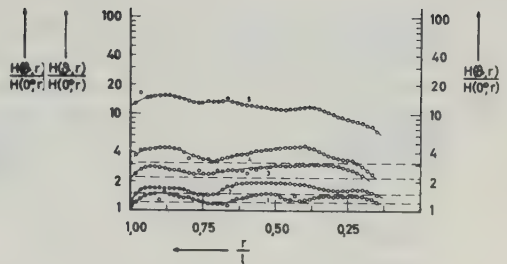


Abb. 39 b $\frac{\ell}{\lambda} = 1,50$

Abb. 39. Verteilung der magnetischen Oberflächenfelder auf einer Kreissektorantenne mit $2\alpha = 120^\circ$ normiert auf die Feldverteilung in der Sektormitte $\vartheta = 0^\circ$.

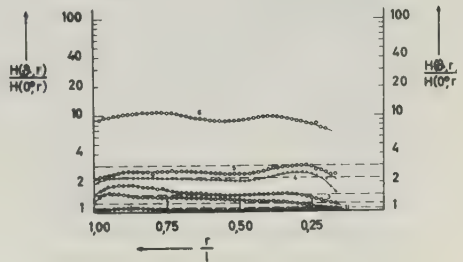


Abb. 39 c. $\frac{\ell}{\lambda} = 1,50$. 1. $\vartheta = 20^\circ$, 2. $\vartheta = 32^\circ$, 3. $\vartheta = 40^\circ$, 4. $\vartheta = 50^\circ$, 5. $\vartheta = 55^\circ$, 6. $\vartheta = 60^\circ$.

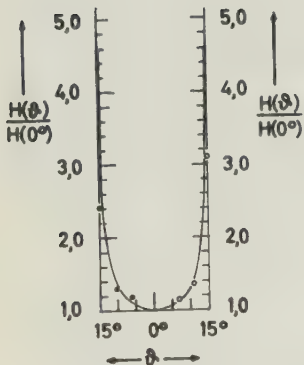


Abb. 40. $2\alpha = 30^\circ$

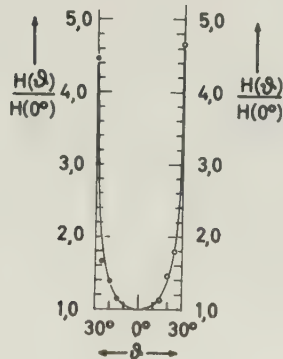


Abb. 41. $2\alpha = 60^\circ$

Abb. 40 - 41. Winkelverteilung des magnetischen Oberflächenfeldes auf Kreissektorantennen. — berechnet; $\bullet \bullet \bullet \frac{\ell}{\lambda} = 1,5$, $\circ \circ \circ \frac{\ell}{\lambda} = 1$ gemessen

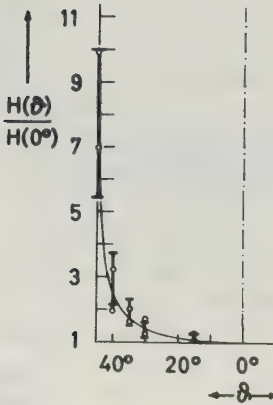


Abb. 42 $2\alpha = 90^\circ$

Abb. 42 - 43. Winkelverteilung
des magnetischen Oberflächenfeldes
auf Kreissektorantennen

$\frac{l}{\lambda} = 1,0$; $\frac{l}{\lambda} = 1,5$; $\frac{l}{\lambda} = 0,75$

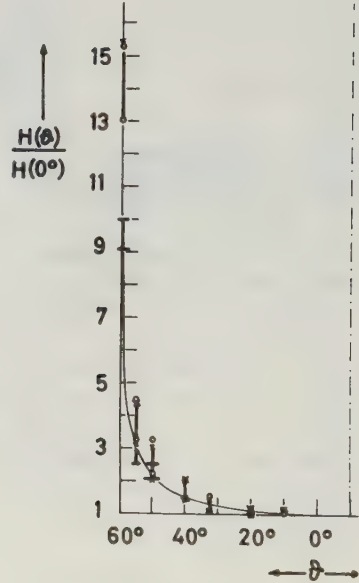


Abb. 43. $2\alpha = 120^\circ$

In den Abb. 36 bis 39 ist der aus den Messergebnissen errechnete Quotient $\frac{H(\theta)}{H(0^\circ)}$ in Abhängigkeit von r für verschiedene Winkel θ auf den untersuchten Strahlern aufgetragen. Zum Vergleich ist die Konstante (4.1) mit eingezeichnet. Man gelangt zu folgendem Ergebnis: Für kleine Öffnungswinkel stimmen theoretische und experimentelle Werte recht gut miteinander überein, besonders für den Sektor mit $2\alpha = 30^\circ$ ergibt sich eine gute Konstanz des Wertes in Abhängigkeit von r . Für $2\alpha = 60^\circ$ treten leichte Schwankungen auf. In beiden Fällen verlaufen die gemessenen Kurven vorwiegend unterhalb der errechneten Werte. Die grössten Schwankungen treten bei der 90° - Sektorantenne auf. Bemerkenswert ist jedoch, dass hier die gemessene Funktion ziemlich genau um den errechneten Wert schwankt. Mit zunehmendem Öffnungswinkel nehmen die relativen Schwankungen wieder ab und die experimentell ermittelten Funktionen sind fast an jeder Stelle grösser als die errechneten, konstanten Werte.

Die im Vergleich zu den anderen in der vorliegenden Arbeit

wiedergegebenen Messkurven relativ grosse Streuung der Messpunkte in den Abb. 36 bis 39 hat zum einen ihren Grund darin, dass sowohl Divident als auch der Divisor in (4.1) mit Fehlern behaftet sind, die sich bei der Quotientenbildung addieren. Zum anderen macht sich bei der Bildung des Quotienten die Ungenauigkeit in der Ortsbestimmung der Sondenlage bemerkbar. Bei einem Sonden-durchmesser von 0,4 cm kann nämlich der Ort, an dem das Feld bestimmt wurde, nur auf $\pm 0,2$ cm genau festgelegt werden. Dieser Fehler fällt bei der Bestimmung der Feldfunktion in Abhängigkeit vom Ort r , $H(r)$, nicht so sehr ins Gewicht wie gerade bei der Bildung des Quotienten aus zwei mit diesem Fehler behafteten Funktionen. Für die Zwecke der vorliegenden Arbeit ist die Messgenauigkeit aber selbst in diesem Fall noch ausreichend.

In den Abb. 40 bis 43 sind für sämtliche in der vorliegenden Arbeit untersuchten Sektorantennen die nach (4.1) errechneten Quotienten $\frac{H(\psi)}{H(\psi=0)}$ in Abhängigkeit vom Winkel ψ auf den einzelnen Strahlern dargestellt. Gleichzeitig sind dort die grössten relativen Schwankungen der aus den Messungen berechneten Funktion (4.1) eingetragen. In allen Fällen findet man eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der TEM - Näherung und den experimentellen Ergebnissen.

4.3. Die Ergebnisse der Nahfeldmessungen an flächenhaften, ebenen Kreissektorantennen.

Als Ergebnis der an flächenhaften, ebenen Kreissektorantennen angestellten Nahfeldmessungen kann man zusammenfassend festhalten:

1. Die TEM - Näherung nach [1], [2] liefert in jedem Fall eine befriedigende bis gute Beschreibung der elektromagnetischen Felder auf der Oberfläche von ebenen Sektorantennen. Die TEM - Welle bestimmt im wesentlichen das elektrische Verhalten einer Sektorantenne. Die von der TEM - Näherung nicht mehr erfassten Oberflächenwellen leisten nur einen Beitrag zu der "Feinstruktur" der Felder.
2. Die Oberflächenwellen beeinflussen die Breitbandigkeit eines Sektorstrahlers ungünstig.

Diese Aussagen, die hier aus Messungen an ebenen, sektorförmigen Flächenantennen folgen, stehen in voller Übereinstimmung zu den Ergebnissen, die im vorhergehenden Kapitel aus den Messungen an rotationssymmetrischen Kegelantennen gewonnen wurden. Darin ma-

nifestiert sich die enge Verwandtschaft der beiden Antennenformen, auf die eingangs schon hingewiesen wurde.

5. Die Berechnung von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt unter der Anwendung der Schwingerschen "Methode der stationären Darstellung"

5.1. Einleitende Betrachtungen

Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt sind in einer von Blume [1], [2] vorgelegten Theorie besonders im Hinblick auf ebene, flächenhafte Kreissektorantennen eingehend untersucht worden. Die dort über die exakte Lösung des Randwertproblems aus den Maxwell'schen Gleichungen abgeleiteten Ergebnisse sind nach dem gleichen Verfahren gewonnen worden, mit dem von Schelkunoff [26], [27] und Papas und King [4] das Randwertproblem für rotationssymmetrische Kegelantennen gelöst worden ist. Die in [1] und [2] angestellten Überlegungen sind allgemeiner und umfassender als die in [26] und [27] durchgeführten Berechnungen; mit den Ergebnissen der Blumeschen Arbeiten sind ja sämtliche Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt erfasst, auch die beiden Grenzfälle, nämlich zum einen der Fall der ebenen, kreissektorförmigen Flächenantenne und zum anderen der Fall der rotationssymmetrischen Kegelantenne. Für den Fall der rotationssymmetrischen Kegelantenne führen die Rechnungen von Blume zu dem gleichen Ergebnis wie die von Schelkunoff.

In einer weiteren Arbeit über rotationssymmetrische Kegelantennen hat Tai [21] das Randwertproblem mit Hilfe der Schwingerschen "Methode der stationären Darstellung" [4], [28] gelöst und die Impedanz und das Fernfeld von rotationssymmetrischen Kegelantennen berechnet. Diese Methode der stationären Darstellung wird im folgenden zur Lösung des Randwertproblems der Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt benutzt. Für den Spezialfall der rotationssymmetrischen Kegelantennen, der in der folgenden Theorie enthalten ist, werden die hier angestellten Überlegungen zu der gleichen stationären Darstellung wie in [21] führen. Im übrigen werden die Ergebnisse die gleichen sein wie diejenigen, die Blume [1], [2] auf anderem Wege für die TEM - Welle in einer elliptischen Kegelleitung hergeleitet hat.

In den folgenden Kapiteln findet die Schwingersche "Methode

der stationären Darstellung" erstmals Anwendung auf ein nicht rotationssymmetrisches Antennen-Problem in nicht rotationssymmetrischen, krummlinigen Koordinaten.

5.2. Die Schwingersche "Methode der stationären Darstellung"

Der Anwendung der Schwingerschen "Methode der stationären Darstellung" liegen folgende Überlegungen zu Grunde [4]:

Gesucht sei eine physikalische Grösse X , z.B. der Eingangsleitwert einer Antenne; diese Grösse X habe folgende Gestalt:

$$X = \int_F g(\vec{r}) f(\vec{r}) dF \quad (5.2.1.)$$

In (5.2.1) sei $g(r)$ bekannt. Die Funktion $f(r)$, sie repräsentiere z.B. eine Feldstärke, sei durch eine Integralgleichung mit bekanntem Kern $K(\vec{r}, \vec{r}')$ gegeben:

$$g(\vec{r}) = \int_F K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF' \quad (5.2.2)$$

Dabei sollen sich $\vec{r}$ und $\vec{r}'$ auf die Fläche F beziehen, über die sich die Integration erstreckt. Mit Gl. (5.2.2) kann (5.2.1) in folgende Form gebracht werden:

$$X = \frac{\left[\int_F g(\vec{r}) f(\vec{r}) dF \right]^2}{\int_F \int_F g(\vec{r}) K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF dF'} \quad (5.2.3)$$

Diese Gleichung (5.2.3) stellt einen bezüglich der Funktion $f(r)$ stationären Ausdruck dar. Die Bedeutung der Bezeichnung "stationär" sei hier kurz erläutert:

Die strenge Lösung $f(r)$ der Integralgleichung (5.2.2) würde in (5.2.3) eingesetzt den exakten Wert für die Grösse X ergeben. Setzt man in (5.2.3) an Stelle von $f(\vec{r})$ eine um $\delta f(\vec{r})$ abweichende Funktion $f(\vec{r}) + \delta f(\vec{r})$ ein, so wird man im allgemeinen ein um δX von X abweichendes Resultat erhalten, dabei wird δX von der "Variationsfunktion" $\delta f(r)$ abhängen. Hat man nun für X eine Darstellung derart, dass für kleine Variationen δf in der Umgebung von f die dazu gehörige Variation δX von X in erster Näherung verschwindet, dann nennt man eine solche Darstellung von X "stationär bezüglich der Funktion $f(r)$ ".

Die Stationarität von X bezüglich $f(r)$ in der Darstellung (5.2.3) kann man mit folgender Rechnung zeigen:

Aus (5.2.3) folgt:

$$X \int_F \int_F f(\vec{r}) K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF dF' = \left[\int_F g(\vec{r}) f(\vec{r}) dF \right]^2$$

Die Variation dieses Ausdruckes ergibt:

$$\begin{aligned} \delta X \int_{F'} f(\vec{r}) K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF dF' + X \int_{F'} \delta f(\vec{r}) K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF dF' + \\ + X \int_{F'} f(\vec{r}) K(\vec{r}, \vec{r}') \delta f(\vec{r}') dF dF' = 2 \int_F f(\vec{r}) g(\vec{r}) dF \cdot \int_F g(\vec{r}) \delta f(\vec{r}) dF \end{aligned}$$

Unter der Annahme, dass der Kern $K(\vec{r}, \vec{r}')$ symmetrisch ist, d.h. für $K(\vec{r}, \vec{r}') = K(\vec{r}', \vec{r})$ sind $\vec{r}$ und $\vec{r}'$ miteinander vertauschbar. Das ist z.B. immer dann der Fall, wenn $K(\vec{r}, \vec{r}')$ die Greensche Funktion des Problems darstellt. Die hier angestellten Überlegungen können aber auch auf unsymmetrische Kerne erweitert werden [4]. Eine derartige Erweiterung würde aber den Rahmen dieses kurzen Abrisses sprengen, deswegen wird hier auf die Wiedergabe verzichtet.

In Verbindung mit (5.2.2) und (5.2.3) erhält man aus obiger Gleichung:

$$\begin{aligned} \delta X \cdot X + 2X \int_F \delta f(\vec{r}) dF \int_{F'} K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF' = \\ = 2X \int_F \delta f(\vec{r}) dF \int_{F'} K(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}') dF' \end{aligned}$$

und damit

$$\delta X = 0$$

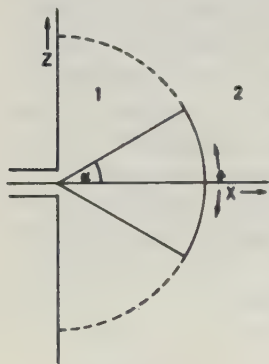
Im vorliegenden Fall ist also X stationär bezüglich $f(r)$.

5.3. Aufgabenstellung und Formulierung des Randwertproblems.

Diese eben kurz erläuterte Schwingersche "Methode der stationären Darstellung" soll im folgenden auf die theoretische Behandlung von Kegelstrahlern mit elliptischem Querschnitt angewendet werden.

In Anlehnung an [1], [4] und [28] wird auch hier eine Kegelantenne mit elliptischem Querschnitt über einer unendlich ausgedehnten Ebene idealer Leitfähigkeit betrachtet, die von einer Koaxialleitung gespeist wird. Am oberen Ende sei der Kegel mit einer metallischen Kappe verschlossen (Abb. 44). l sei die Antennenlänge und α der halbe Öffnungswinkel des Kegels in der Ebene der grossen Halbachse der Querschnittsellipse. Das Strahlungs-

feld wird in 2 Zonen aufgeteilt: in die Zone 1, den Bereich der von der Kegelwand und dem Inneren der Halbkugel mit dem Radius $r = 1$ gebildet wird und in die Zone 2, die den freien Halbraum $1 \leq r \rightarrow \infty$ repräsentiert. Diese Anordnung wird unter dem Aspekt betrachtet, dass nur Wellen vom E - Typ angeregt werden. Für die transversalen Komponenten des elektrischen Feldes wird auf der Kugelfläche $r = 1$ eine exakte Integralgleichung aufgestellt. Aus dieser Integralgleichung wird eine stationäre Darstellung für den Abschlussleitwert und damit auch für den Reflexionskoeffizienten der elliptischen Kegelleitung abgeleitet. Das zum Aufstellen der



Integralgleichung benötigte vollständige Lösungssystem der Komponenten des elektromagnetischen Feldes in der Kegelwand 1 und im Aussenraum 2 wird über den Ansatz eines Debyeschen Potentials aus den Maxwell'schen Gleichungen errechnet. Die Rechnungen werden in elliptischen Kegelkoordinaten durchgeführt.

Abb. 44. Elliptische Kegelantenne vor einer Ebene

5.4. Die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen in elliptischen Kegelkoordinaten.

Die Maxwell'schen Gleichungen lauten bei einer Zeitabhängigkeit $e^{-i\omega t}$:

$$\text{rot } \vec{H} = -i\omega \epsilon_0 \vec{E} \quad (1a)$$

$$\text{rot } \vec{E} = i\omega \mu_0 \vec{H} \quad (1b)$$

$$\text{div } \vec{H} = 0 \quad (1c)$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad (1d)$$

Zur Lösung der Maxwell'schen Gleichungen werden die dem Problem angepassten elliptischen Kegelkoordinaten r, u, v eingeführt [1]. Die Transformationsgleichungen zwischen den elliptischen Kegelkoordinaten, den gewöhnlichen Kugelkoordinaten r, ϑ, φ und den kartesischen Koordinaten x, y, z lauten:

$$x = r \cos \vartheta = k + \operatorname{sn}(\vartheta, k) \operatorname{sn}(u, k) \quad (2a)$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi = i \frac{k}{k'} + \operatorname{cn}(\vartheta, k) \operatorname{cn}(u, k) \quad (2b)$$

$$z = r \sin \vartheta \cos \varphi = \frac{i}{k'} r \operatorname{dn}(\vartheta, k) \operatorname{dn}(u, k) \quad (2c)$$

r, u, v haben folgende Wertebereiche:

$$\begin{aligned} 0 &\leq r \\ -K &\leq \vartheta \leq K \\ \operatorname{Re}(u) &= K \\ -2K' &\leq \operatorname{Im}(u) \leq +2K' \end{aligned}$$

Dabei sind $\operatorname{sn}(v, K)$, $\operatorname{cn}(v, k)$ und $\operatorname{dn}(v, k)$ jakobische elliptische Funktionen, K und K' sind die vollständigen elliptischen Integrale erster Gattung mit den Moduln $k = \cos \alpha$ bzw. $k' = \sin \alpha$. Die Koordinatenflächen sind:

$$\begin{aligned} r &= \text{const.} && \text{Kugeln um den Koordinatenursprung} \\ v &= \text{const.} && \text{elliptische Kegel um die } x - \text{Achse} \\ u &= \text{const.} && \text{elliptische Kegel um die } z - \text{Achse} \end{aligned}$$

Die Schirmebene wird durch $v = 0$ und die elliptische Kegelan-
tenne durch $v = v_0$ repräsentiert.

In diesen Koordinaten lauten die Wegelemente:

$$ds_r = W dr = dr \quad (3a)$$

$$ds_u = U du = -ikr (\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 v)^{\frac{1}{2}} du \quad (3b)$$

$$ds_v = V dv = kr (\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 v)^{\frac{1}{2}} dv \quad (3c)$$

Der Lösungsansatz (4) mit dem Debyeschen Potential Ψ

$$\vec{H} = i\omega \varepsilon_0 (\vec{r} \times \operatorname{grad} \Psi) \quad (4)$$

führt zu der skalaren Wellengleichung für Ψ [30]:

$$\Delta \Psi + k^2 \Psi = 0 \quad (5)$$

mit

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{2\pi}{\lambda^2}$$

In [29] und [30] ist gezeigt, dass man über den Ansatz der Debyeschen Potentiale Ψ_1 nach (4) und Ψ_2 nach

$$\vec{E} = -i\omega \mu_0 (\vec{r} \times \operatorname{grad} \Psi_2) \quad (6)$$

die vollständige Lösung der Maxwell'schen Gleichungen erhält. Das Potential ψ_2 aus (6) würde zu einer magnetischen Multipolstrahlung, d.h. zu Wellen vom H - Typ führen. Diese Wellen werden aber im vorliegenden Fall gar nicht angeregt. Deswegen liefert der Ansatz (4) über (5) das vollständige Lösungssystem für das vorliegende Problem. Aus (4) und (1b) erhält man für die elektrische Feldstärke den Ausdruck:

$$\vec{E} = - \operatorname{rot} (\vec{r} \times \operatorname{grad} \psi) \quad (7)$$

Der Vektor $\vec{r}$ hat die Gestalt

$$\vec{r} = (r, 0, 0) \quad (8)$$

Auf dem Kegel $v = v_0$ muss die Normalkomponente H_v des Magnetfeldes verschwinden (Randbedingung). Aus (8) und (4) kann man entnehmen, dass die r - Komponente H_r als Folge des Kreuzproduktes (4) überall verschwindet. Das bedeutet: Auf dem Kegel $v = v_0$ hat das magnetische Feld nur eine u - Komponente. Der Vektor der Stromdichte $\vec{j}$ ist auf diesem Kegel durch das Vektorprodukt aus der Feldstärke $\vec{H}$ und der Flächennormalen $\vec{n} = (0, 0, n_v)$ gegeben:

$$\vec{j} \sim \vec{n} \times \vec{H} \quad (9)$$

Aus (9) folgt sofort: Die Stromdichte $\vec{j}$ auf einer beliebigen Kegelantenne mit elliptischem Querschnitt hat dort nur eine r - Komponente.

Man kann also auf einer Kegelantenne mit elliptischem Querschnitt radiale Schlitze anbringen, ohne dass dadurch das Feld gestört und die Antenne bezüglich ihrer elektrischen Eigenschaften verändert wird. Dieser Umstand wurde bei der Messung der Oberflächenfelder auf rotationssymmetrischen Kegel- und ebenen Kreissektorantennen benutzt.

Die Wellengleichung (5) hat in elliptischen Kegelkoordinaten folgende Gestalt:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{k^2 r^2 (u^2 v^2 - 4u^2 v)} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} \right] + k^2 \psi = 0 \quad (10)$$

Diese Gleichung ist separierbar mit dem Produktansatz:

$$\psi(r, u, v) = R(r) T(u, v) \quad (11)$$

Mit der Separationskonstanten C erhält man aus (11) und (10):

$$\frac{1}{r^2} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + (k^2 r^2 - C) R(r) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{1}{k^2 (\sin^2 u - \sin^2 v)} \left[\frac{\partial^2 T(u,v)}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 T(u,v)}{\partial v^2} \right] - C T(u,v) = 0 \quad (13)$$

Eine weitere Separation

$$T(u,v) = F(v) G(u) \quad (14)$$

führt mit einer weiteren Separationskonstanten A' zu folgenden Gleichungen:

$$\frac{d^2 F(v)}{dv^2} - [C k^2 \sin^2 v + A'] F(v) = 0 \quad (15a)$$

$$\frac{d^2 G(u)}{du^2} - [C k^2 \sin^2 u + A'] G(u) = 0 \quad (15b)$$

Die Gleichungen (12) und (13) bzw. (15) müssen jetzt für den Innenraum 1 und für den Aussenraum 2 getrennt gelöst werden.

Die Randbedingungen werden wie folgt formuliert:

Auf den Leiteroberflächen verschwinden die Tangentialkomponenten des elektrischen Feldes und die Normalkomponenten des magnetischen Feldes. Die Leiteroberflächen werden repräsentiert durch:

$$v = 0 \quad \text{für } 0 \leq r$$

$$v = v_0 \quad \text{für } 0 \leq r \leq 1$$

Im Innenraum muss demnach gelten:

$$E_r^{(0)}(r, u, v_0) = E_r^{(0)}(r, u, 0) = 0 \quad (16a)$$

$$E_u^{(0)}(r, u, v_0) = E_u^{(0)}(r, u, 0) = 0 \quad (16b)$$

$$H_v^{(0)}(r, u, v_0) = H_v^{(0)}(r, u, 0) = 0 \quad (16c)$$

Weil $u = K + 2iK'$ und $u = K - 2iK'$ die gleiche Fläche darstellen, müssen die Lösungen $T(u,v)$ im Innenraum entweder mod $2iK'$ oder mod $4iK'$ periodisch in u sein.

Im Aussenraum erhält man die Randbedingungen in ähnlicher Form; Leiteroberflächen sind hier das Grundblech $v = 0$ und die Antennenkappe $r = 1$, $v_0 \leq v \leq K$ über den gesamten Wertebereich von u . Demnach gilt im Aussenraum:

$$E_r^{(1)}(r, u, 0) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad \text{für } 1 \leq r \quad (17a)$$

$$E_u^{(2)}(r, u, 0) = 0 \quad (17b)$$

$$H_v^{(2)}(r, u, 0) = 0 \quad (17c)$$

$$E_u^{(2)}(\ell, u, v) = 0 \quad \text{für } v_0 \leq v \leq K \quad (18a)$$

$$E_v^{(2)}(\ell, u, v) = 0 \quad \text{für } v_0 \leq v \leq K \quad (18b)$$

Im Aussenraum gelten die gleichen Periodizitätsforderungen bezüglich der Koordinate u wie auch im Innenraum.

5.4.1. Das Debyesche Potential im Aussenraum

Es ist bekannt, dass man nur dann eindeutige und auf der ganzen Kugeloberfläche reguläre Lösungen der Differentialgleichung (13) erhält, wenn man der Konstanten C den Wert $n(n+1)$ mit ganzen, positiven n gibt [1], [31]. Die Differentialgleichung (13) liefert dann als Lösungen Lamésche Produkte. Die in (15) auftretende Konstante A' muss so bestimmt werden, dass die Laméschen Produkte Polynome werden. Nach [31] und [1] sind aber diesen Laméschen Polynomen $T_n^m(u, v)$ die Kugelflächenfunktionen $P_n^m(\cos \vartheta) e^{im\varphi}$ äquivalent. Das bedeutet: Man kann bei geeigneter Wahl der Konstanten A' und mit

$$C = n(n+1) \quad (19)$$

die Lösung von (13) schreiben:

$$T_n^m(u, v) \sim P_n^m(\cos \vartheta) e^{im\varphi} \quad (20)$$

Aus (20) kann man 8 verschiedene Funktionen konstruieren, je nach der Parität von n und m und der Wahl von $\cos m\varphi$ bzw. $\sin m\varphi$. In Anlehnung an die Bezeichnungen in [1] und [31] erhält man als Lösung von (13)

$$T_n^m(u, v) = \bar{A}_n^m S_n^m(u, v) + \bar{B}_n^m C_n^m(u, v) \quad (21)$$

Dabei entsprechen

$$C_n^m(u, v) \sim P_n^m(\cos \vartheta) \cos m\varphi \quad (22a)$$

$$S_n^m(u, v) \sim P_n^m(\cos \vartheta) \sin m\varphi \quad (22b)$$

Mit (19) erhält die Gleichung (12) folgende Gestalt:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + (k^2 r^2 - n(n+1)) R(r) = 0 \quad (23)$$

Diese Differentialgleichung ist die Gleichung der sphärischen Zylinderfunktionen. Als Lösungen kommen im Aussenraum nur sphärische Hankelfunktionen erster Art in Frage

$$R_n(r) \sim \frac{H_{n+\frac{1}{2}}^1(kr)}{\sqrt{kr}} \quad (24)$$

Mit der Abkürzung

$$h_n^1(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^1(kr) \quad (25)$$

erhält man in Verbindung mit (21) folgende Lösung für das Debye-
sche Potential im Aussenraum

$$\psi^{(2)}(r, u, v) = \frac{E_0}{k} \sum_n \sum_m A_n^m h_n^1(kr) T_n^m(u, v) \quad (26)$$

wobei die $T_n^m(u, v)$ diejenigen Funktionen aus der Lösungsschar (21) repräsentieren, die den Randbedingungen (17) und (18) genügen.

5.4.2. Das Debyesche Potential im Innenraum

Zur Konstruktion der Lösungen von (13) für den Innenraum werden 2 Fälle betrachtet, zum einen der Fall $C = 0$, zum anderen der Fall $C \neq 0$.

1. Fall: $C = 0$

Mit $C = 0$ vereinfacht sich (12) zu

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_0(r)}{dr} \right) + k^2 r^2 R_0(r) = 0 \quad (27)$$

Die Lösung von (27) lautet

$$R_0(r) \sim \frac{e^{ikr}}{kr} + \beta \frac{e^{-ikr}}{kr} \quad (28)$$

Die Integrationskonstante β nennt man den Reflexionskoeffizienten.

Für $A^1 = 0$ in (15) erhält man als Lösung von (13)

$$T_0(u, v) = (av + b)(cu + d) \quad (29)$$

Die Periodizitätsforderung für die Koordinate u bedingt

$$c = 0$$

Da die Konstante k bei sämtlichen Differentiationsprozessen in (1) herausfällt, kann man $b = 0$ setzen, und es bleibt von (29)

$$T_0(u, v) = \text{ad } v \quad (29a)$$

Für $A' \neq 0$ treten für (13) Lösungen der Gestalt

$$e^{\pm \sqrt{A'} v} e^{\pm \sqrt{A'} u}$$

auf. Diese Lösungen erfüllen nicht gleichzeitig alle Randbedingungen und sind deshalb auszuschliessen.

Für den Fall $C = 0$ erhält man demnach als Lösung der Gleichung (13)

$$\psi_0(r, u, v) = \frac{E_0}{k} \left(\frac{e^{ikr}}{kr} - \beta \frac{e^{-ikr}}{kr} \right) v \quad (30)$$

Diese Lösung (30) repräsentiert im Innenraum 1 die TEM - Welle.

2. Fall: $C \neq 0$

Gibt man der Konstanten C den Wert

$$C = \gamma(\gamma+1)$$

mit zunächst beliebigem γ , dann erhält man als Lösung der Differentialgleichung (13) Lamé'sche Produkte, die im allgemeinen keine Polynome sein werden

$$T(u, v) = Y_\gamma^A(u, v) \quad (31)$$

mit

$$Y_\gamma^A(u, v) = F_\gamma^A(v) G_\gamma^A(u) \quad (32)$$

Für den r - Anteil kommen im Innenraum nur die sphärischen Besselfunktionen als Lösung in Betracht

$$R_\gamma(r) \sim \frac{1}{kr} j_{\gamma, \frac{1}{2}}(kr) \quad (33)$$

Mit der Abkürzung

$$j_{\gamma, \frac{1}{2}}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} j_{\gamma, \frac{1}{2}}(kr) \quad (34)$$

erhält man im Innenraum 1 folgenden Ausdruck für das Debyesche Potential:

$$\Psi_0(\tau, u, v) = \frac{E_0}{u} \left(\frac{e^{i\kappa\tau}}{\kappa\tau} + \beta \frac{e^{-i\kappa\tau}}{\kappa\tau} \right) v + \frac{E_0}{u} \sum_{\nu} \sum_{\mu} \beta_{\nu}^{\mu} \partial_{\nu}(u\tau) Y_{\nu}^{\mu}(u, v) \quad (35)$$

Die Indizes ν und μ müssen dabei noch aus den Randbedingungen bestimmt werden.

5.4.3. Die Darstellung des elektromagnetischen Feldes im Innen- und im Aussenraum

Aus den Maxwell'schen Gleichungen (1) erhält man über den Ansatz (4) aus dem Debyeschen Potential folgende Komponenten-darstellung des elektromagnetischen Feldes:

$$E_{\tau} = - \frac{\tau}{uV} \left[\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{V}{u} \frac{\partial \Psi}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{u}{V} \frac{\partial \Psi}{\partial v} \right) \right] = c \frac{\Psi}{\tau} \quad (36a)$$

$$E_u = - \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\tau \frac{V}{u} \frac{\partial \Psi}{\partial u} \right] = \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\tau \frac{\partial \Psi}{\partial u} \right) \quad (36b)$$

$$E_v = - \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\tau \frac{u}{V} \frac{\partial \Psi}{\partial v} \right) = \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\tau \frac{\partial \Psi}{\partial v} \right) \quad (36c)$$

$$H_{\tau} = 0 \quad (36d)$$

$$H_u = -i\omega\epsilon_0 \frac{\tau}{V} \frac{\partial \Psi}{\partial v} \quad (36e)$$

$$H_v = i\omega\epsilon_0 \frac{\tau}{u} \frac{\partial \Psi}{\partial u} \quad (36f)$$

Dabei bezeichnen U und V die Gauss'schen Wegelemente aus (3b) und (3c).

Die Indizes ν und μ in (35) bestimmen sich aus den Randbedingungen (16). Aus (16a) folgt:

$$Y_{\nu}^{\mu}(0, u) = 0 \quad (37a)$$

$$Y_{\nu}^{\mu}(u, v) = 0 \quad (37b)$$

Das bedeutet:

$$F_{\nu}^{\mu}(0) = 0 \quad (38a)$$

$$F_{\nu}^{\mu}(v_0) = 0 \quad (38b)$$

Damit sind auch die Randbedingungen (16b) und (16c) erfüllt. Ausserdem muss $G_{\nu}^{\mu}(u)$ eine mod $(4iK')$ bzw. mod $(2iK')$ periodische Funktion in u sein. In [31] ist gezeigt, dass in diesem Fall

$$v = \frac{4}{2} + ip \quad p \text{ reell} \quad (39)$$

sein muss. Der Index μ muss so gewählt werden, dass $G_\mu^\lambda(u)$ eine periodische Funktion wird. Eine exakte Bestimmung dieser Eigenwerte und der dazu gehörigen Laméschen Funktionen ist ausserordentlich schwierig. Auch für den Fall $v_0 = K$, der die ebene Kreissektorantenne beschreibt, ergeben sich sehr komplizierte Verhältnisse. In diesem Fall muss $F_\mu^\lambda(v)$ mod $2K$ periodisch sein, die Periodizitätsforderung für $G_\mu^\lambda(u)$ bleibt unverändert bestehen. Die einzigen Laméschen Produkte, die diesen Forderungen genügen, sind aber nach [31] entweder Lamésche Polynome oder transzendente Lamésche Funktionen. Lamésche Polynome scheiden deswegen aus, weil auch im Aussenraum als Lösungen solche Polynome auftreten. Um eine Anpassung der Funktionen im Innenraum an die des Aussenraumes zu gewährleisten, dürfen aber die Funktionen des Innenraumes $Y_\mu^\lambda(u,v)$ nicht orthogonal zu den Funktionen $T_n^m(u,v)$ des Aussenraumes sein, wie der weitere Verlauf der Rechnung zeigen wird. Dadurch wären also Legendresche Polynome der Gestalt (20) im Innenraum ausgeschlossen. In dem gesamten Wertebereich, abgesehen von den Kanten des Sektors $u = K$, $v = K$, müssen die auftretenden Lösungen regulär bleiben. Es ist aber anzunehmen, dass bei der Wahl von transzendenten Laméschen Funktionen im Innenraum auch die Lösungen 2. Art berücksichtigt werden müssen. Diese Lösungen haben aber entweder bei $v = 0$ oder bei $v = K$ eine Singularität [31] und müssen deswegen ausgeschlossen werden. Es hat also den Anschein, als ob im Innenraum überhaupt keine höheren Wellentypen neben der TEM - Welle auftreten. Die Messungen zeigen aber, dass dort neben der TEM - Welle auch die höheren Wellen mit angeregt werden. Wegen dieser eben skizzierten Schwierigkeiten, die bei der Bestimmung der Eigenwerte und Eigenfunktionen auftreten, werden im folgenden die Eigenfunktionen des Innenraumes 1 nur als unbestimmte Ausdrücke $Y_\mu^\lambda(u,v)$ mit den Rand- und Symmetriebedingungen (16) in die Rechnung einbezogen. Eine exakte Bestimmung dieser Funktionen bleibt einer späteren Arbeit vorbehalten.

Aus den Gleichungen (36) erhält man in Verbindung mit (35) folgende Felddarstellungen im Innenraum, wenn man berücksichtigt, dass $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ und $\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = Z_0 = \frac{E_0}{H_0} = 120\pi \Omega$ gilt.

$$E_r^{(u)} = E_0 \sum_\nu \sum_\mu \nu(\nu+\mu) B_\nu^\mu \frac{1}{x^\nu} j_\nu(\mu x) Y_\mu^\lambda(u,v) \quad (40a)$$

$$E_u^{(1)} = i \frac{E_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_y \sum_\mu B_y^\mu \frac{1}{k\tau} \frac{d}{dx\tau} [x\tau j_y(x\tau)] \frac{\partial Y_y^\mu(u,v)}{\partial u} \quad (40b)$$

$$E_v^{(1)} = \frac{E_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \left[\left(\frac{e^{ix\tau}}{k\tau} + \beta \frac{e^{-ix\tau}}{k\tau} \right) + \sum_y \sum_\mu B_y^\mu \frac{1}{k\tau} \frac{d}{dx\tau} [x\tau j_y(x\tau)] \right] \frac{\partial Y_y^\mu(u,v)}{\partial v} \quad (40c)$$

$$H_y^{(1)} = 0 \quad (40d)$$

$$H_u^{(1)} = \frac{H_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \left[\left(\frac{e^{ix\tau}}{k\tau} - \beta \frac{e^{-ix\tau}}{k\tau} \right) + i \sum_y \sum_\mu B_y^\mu j_y(x\tau) \right] \frac{\partial Y_y^\mu(u,v)}{\partial v} \quad (40e)$$

$$H_v^{(1)} = \frac{H_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_y \sum_\mu B_y^\mu j_y(x\tau) \frac{\partial Y_y^\mu(u,v)}{\partial u} \quad (40f)$$

Die Felddarstellungen im Aussenraum lauten:

$$E_r^{(2)} = \sum_n \sum_m n(n+1) A_n^m \frac{1}{k\tau} h_n^i(x\tau) T_n^m(u,v) \quad (41a)$$

$$E_u^{(2)} = i \frac{E_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_n \sum_m A_n^m \frac{1}{k\tau} \frac{d}{dx\tau} [x\tau h_n^i(x\tau)] \frac{\partial T_n^m(u,v)}{\partial u} \quad (41b)$$

$$E_v^{(2)} = \frac{E_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_n \sum_m A_n^m \frac{1}{k\tau} \frac{d}{dx\tau} [x\tau h_n^i(x\tau)] \frac{\partial T_n^m(u,v)}{\partial v} \quad (41c)$$

$$H_y^{(2)} = 0 \quad (41d)$$

$$H_u^{(2)} = i \frac{H_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_n \sum_m A_n^m h_n^i(x\tau) \frac{\partial T_n^m(u,v)}{\partial v} \quad (41e)$$

$$H_v^{(2)} = \frac{H_0}{k(\Delta u^2 u - \Delta u^2 v)^{1/2}} \sum_n \sum_m A_n^m h_n^i(x\tau) \frac{\partial T_n^m(u,v)}{\partial u} \quad (41f)$$

5.5. Die Integralgleichung für das elektrische Feld im offenen Ende der elliptischen Kegelleitung.

Nachdem mit den beiden Gleichungssystemen (40) und (41) die Felddarstellungen in den Räumen 1 und 2 ihrer Struktur nach vollständig bekannt sind, ist man in der Lage, eine Integralgleichung für die in der Kugelfläche $r = 1$ liegenden Komponenten des elektrischen Feldes aufzustellen. Das elektrische Feld in der Grenzfläche $r = 1$ wird dabei durch den zweikomponentigen Vektor

$$\vec{e}(l, u, v) = (E_u(l, u, v); E_v(l, u, v)) = (e_u(u, v); e_v(u, v)) \quad (42)$$

beschrieben. Abkürzend wird dafür im folgenden $\vec{e}(u, v)$ geschrieben. Zur Aufstellung der Integralgleichung werden die Koeffizien-

ten A_n^m und B_n^m als Integrale über $\vec{e}(u,v)$ in der Fläche $r = 1$ dargestellt. Über die Bedingung, dass in der Grenzfläche $r = 1$ das magnetische Feld $\vec{H}^{(u)}$ des Aussenraumes stetig in das magnetische Feld $\vec{H}^{(i)}$ des Innenraumes übergehen muss, finden die Integrale über $\vec{e}(u,v)$ eine geeignete Verknüpfung, die zu der gesuchten Integralgleichung für $\vec{e}(u,v)$ führt.

5.5.1. Die Orthogonalitätsrelationen der Lösungsfunktionen.

Zum Aufstellen der Integralgleichung werden die Orthogonalitätsrelationen der Lösungsfunktionen benötigt. Diese Relationen sind hier ganz allgemein für Lösungen der Wellengleichung

$$\Delta Z + \gamma(\gamma+1)Z = 0$$

für elliptische Kegelkoordinaten auf einer Kugelfläche $r = 1$ bei den Randbedingungen

$$Z(0, u) = Z(v_0, u) = 0$$

in Anlehnung an [32] hergeleitet und zusammengestellt.

Für zwei Lösungen der Wellengleichung Z_1 und Z_2 gelten auf einer Kugelfläche die Greenschen Sätze:

$$\iint \text{grad } Z_1 \cdot \text{grad } Z_2 \, d\Omega = \int Z_1 \frac{\partial Z_2}{\partial n} \, ds - \iint Z_1 \Delta Z_2 \, d\Omega$$

und

$$\iint (Z_1 \Delta Z_2 - Z_2 \Delta Z_1) \, d\Omega = \int (Z_1 \frac{\partial Z_2}{\partial n} - Z_2 \frac{\partial Z_1}{\partial n}) \, ds$$

dabei ist der Raumwinkel

$$d\Omega = \frac{1}{r^2} u \, V \, du \, dv$$

Die Linienintegrale sind über den Rand des Integrationsraumes erstreckt, und die Normalen n sind nach aussen zeigend gewählt.

Wegen der Randbedingungen erhält man

$$\iint Z_1 Z_2 \, d\Omega = 0$$

$$\iint \text{grad } Z_1 \cdot \text{grad } Z_2 \, d\Omega = 0$$

und

$$\iint (\text{grad } Z_1)^2 \, d\Omega = \frac{\gamma(\gamma+1)}{l^2} \iint Z_1^2 \, d\Omega$$

Das bedeutet:

Die Gradienten der Lösungsfunktion Z sind ebenso wie die Lösungsfunktionen selbst orthogonal. Für den vorliegenden Fall elliptischer Kugelkoordinaten hat der Gradient der von u und v abhängigen Lösungsfunktionen die Gestalt:

$$\text{grad } Z = \left(\frac{1}{u} \frac{\partial Z}{\partial u}, \frac{1}{v} \frac{\partial Z}{\partial v} \right)$$

5.5.2. Die Integralgleichung für das elektrische Feld

Aus (36b) und (36c) wird ersichtlich, dass man das elektrische Feld in der Grenzfläche als Summe über die Gradienten der Lösungsfunktionen schreiben kann. Man erhält:

Im Aussenraum:

für $0 \leq v \leq v_0$

$$\vec{E}(u, v) = E_0 \sum_n \sum_m A_n^m \left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (h_n^1(x) x^m) \right]_{r=\ell} \ell \text{grad } T_n^m(u, v) \quad (42a)$$

für $v_0 \leq v \leq K$

$$0 = E_0 \sum_n \sum_m A_n^m \left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (h_n^1(x) x^m) \right]_{r=\ell} \ell \text{grad } T_n^m(u, v) \quad (42b)$$

Im Innenraum:

$$\vec{E}(u, v) = E_0 \left(\frac{e^{iK\ell}}{K\ell} + \beta \frac{e^{-iK\ell}}{K\ell} \right) \ell \text{grad } 0 + E_0 \sum_n \sum_m B_n^m \left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (h_n^1(x) x^m) \right]_{r=\ell} \ell \text{grad } Y_n^m(u, v) \quad (43)$$

Indem man (42a) und (42b) beiderseits mit $\text{grad } T_n^m(u, v)$ multipliziert und nach Addition der beiden Gleichungen über die gesamte Halbkugel integriert, erhält man:

$$E_0 A_n^m \left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (h_n^1(x) x^m) \right]_{r=\ell} = \frac{1}{\gamma_{nm}^{K-2ik'}} \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} \vec{E}(u, v) \text{grad } T_n^m(u, v) ds_u ds_v \quad (44)$$

Dabei ist

$$\gamma_{nm}^{K+2ik'} = \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} |\text{grad } T_n^m(u, v)|^2 ds_u ds_v = \frac{n(n+1)}{\ell^2} \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} [T_n^m(u, v)]^2 ds_u ds_v \quad (44a)$$

Aus Gleichung (43) erhält man bei Multiplikation mit $\text{grad } Y_{\nu}^m$ und Integration über ds_u und ds_v über den gesamten Wertebereich von u und über $v_0 \geq v \geq 0$ eine analoge Gleichung:

$$E_0 B_{\nu}^m \left[\frac{1}{u} \frac{d}{du} (j_{\nu}(u) u) \right]_{r,\ell} = \frac{1}{Y_{\nu}^m} \int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} \vec{e}(u,v) \text{grad } Y_{\nu}^m(u,v) ds_u ds_v \quad (45)$$

Dabei findet in Y_{ν}^m wieder die Orthogonalitätsrelation der Lösungsfunktionen Y_{ν}^m des Innenraumes ihren Niederschlag. Es ist

$$Y_{\nu}^m = \int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} [\text{grad } Y_{\nu}^m]^2 ds_u ds_v = \frac{\nu(\nu+1)}{\ell^2} \int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} [Y_{\nu}^m(u,v)]^2 ds_u ds_v \quad (45a)$$

Mit (44) und (45) sind die Koeffizienten A_n^m und B_{ν}^m als Integraldarstellung des Feldes $\vec{e}(u,v)$ gegeben. Zur Aufstellung der gesuchten Integralgleichung benutzt man jetzt die Stetigkeitsbedingung des magnetischen Feldes. In der Grenzfläche $r = 1$ müssen $\vec{H}^{(u)}$ und $\vec{H}^{(2)}$ stetig aneinander anschliessen.

$$\vec{H}^{(u)}(\ell, u, v) = \vec{H}^{(2)}(\ell, u, v) \quad (46)$$

Diese Bedingung führt zu der Vektorgleichung

$$\left[\frac{H_0}{V} \left(\frac{e^{i\ell}}{\ell} - \beta \frac{e^{-i\ell}}{\ell} \right); 0 \right] + i H_0 \sum_{\nu} \sum_{m} B_{\nu}^m j_{\nu}(\ell u) [\vec{r} \times \text{grad } Y_{\nu}^m(u, v)]_{r,\ell} = \\ = i H_0 \sum_{n} \sum_{m} A_n^m h_n^{(1)}(\ell u) [\vec{r} \times \text{grad } T_n^m(u, v)]_{r,\ell} \quad (47)$$

Führt man in (47) die Integraldarstellungen von B_{ν}^m und A_n^m aus (44) und (45) ein, so erhält man eine exakte Integralgleichung für $\vec{e}(u,v)$.

$$\left[\frac{H_0}{V} \left(\frac{e^{i\ell}}{\ell} - \beta \frac{e^{-i\ell}}{\ell} \right); 0 \right] + i \frac{H_0}{E_0} \sum_{\nu} \sum_{m} j_{\nu}(\ell u) [\vec{r} \times \text{grad } Y_{\nu}^m]_{r,\ell} \frac{\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} \vec{e}(u,v) \text{grad } Y_{\nu}^m ds_u ds_v}{\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} [\frac{1}{u} \frac{d}{du} (j_{\nu}(u) u)]_{r,\ell} Y_{\nu}^m} = \\ = i \frac{H_0}{E_0} \sum_n \sum_m h_n^{(1)}(\ell u) [\vec{r} \times \text{grad } T_n^m(u, v)]_{r,\ell} \frac{\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} \vec{e}(u,v) \text{grad } T_n^m(u, v) ds_u ds_v}{\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'0} \int_{v_0}^{\infty} [\frac{1}{u} \frac{d}{du} (h_n^{(1)}(u) u)]_{r,\ell} T_n^m} \quad (48)$$

Diese Integralgleichung ist für jede beliebige Kegelantenne mit elliptischem Querschnitt gültig, auch für die Grenzfälle der ebenen Sektorantennen und der rotationssymmetrischen Kegelantennen mit beliebigen Öffnungswinkeln.

5.6. Eine stationäre Darstellung für den Reflexionskoeffizienten der TEM - Welle in der elliptischen Kegelleitung.

Aus der Integralgleichung (48) erhält man einen bezüglich der Größe $\vec{e}(u,v)$ bzw. bezüglich ihrer Komponenten stationären Ausdruck, indem man auf jeder Seite der Gleichung das Kreuzprodukt mit der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ bildet und über die gesamte Halbkugelfläche "vektoriell" integriert. Dabei ist das Integral so über die Kugel $r = 1$ zu erstrecken, dass der Vektor $d\vec{f}$ überall in den Aussenraum gerichtet ist. Diese Operation ist gleichbedeutend mit der Bildung des Poyntingvektors $\vec{S}$ und nachfolgender Integration.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (49)$$

Man berechnet demnach zunächst die in der Kugelfläche auftretende Strahlungsleistungsdichte und daraus über

$$\int_F [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{f} = P_{str} \quad (50)$$

die Strahlungsleistung. Der Vektor $d\vec{f}$ hat nur eine r - Komponente, deswegen bleibt aus (50) nur der Ausdruck übrig, der aus der Integration der r - Komponente des Poyntingvektors nach $ds_u ds_v$ entsteht.

$$P_{str} = \iint_F (E_u H_v - E_v H_u) ds_u ds_v \quad (51)$$

Bei der Bildung des Kreuzproduktes und Integration über $d\vec{f}$ erhält man aus dem Klammerausdruck auf der linken Seite von (48) bei Berücksichtigung von (42)

$$-H_v \left(\frac{e^{ixl}}{xl} - A \frac{e^{-ixl}}{xl} \right) \iint_{Kupl} \frac{e_y(u,v)}{V} ds_u ds_v$$

Bei der Bildung des Kreuzproduktes von $\vec{E}$ und den Summen auf beiden Seiten der Gleichung (48) findet folgende Vektorbeziehung Anwendung:

$$\vec{E} \times (\vec{r} \times \text{grad } \psi) = \vec{r} (\vec{E} \cdot \text{grad } \psi) - \text{grad } \psi (\vec{E} \cdot \vec{r})$$

Für $r = 1$ gilt demnach:

$$\vec{E} \times (\vec{r} \times \text{grad } \psi) = [\vec{r}]_{r=1} [\vec{e}(u,v) \text{ grad } \psi]_{r=1} - (\vec{E} \cdot \vec{r})_{r=1} \text{ grad } \psi \quad (52)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von (52) hat nur eine

r-Komponente der zweite nur die u- und v-Komponenten. Bei Integration über df erhält man aus (52) deswegen

$$\iint \vec{E} \times (\vec{r} \times \text{grad } \psi) d\vec{r} = \iint \vec{e}(u,v) \text{grad } \psi ds_u ds_v \quad (53)$$

Demnach erhält man aus (48), wenn man beidseits vektoriell mit $E(1,u,v)$ multipliziert und über die Kugelfläche $r = 1$ integriert:

$$\begin{aligned} -H_0 \left(\frac{e^{ik\ell}}{k\ell} - \beta \frac{e^{-ik\ell}}{k\ell} \right) \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} e_v \frac{ds_u ds_v}{V} = \\ = i \frac{H_0}{E_0} \sum_n \sum_m \frac{h_n(k\ell)}{\left[\frac{1}{k} + \frac{d}{dx} (h_n(x)x) \right]_{r=\ell}} \cdot \frac{1}{\frac{\partial}{\partial u}} \left[\int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} \left\{ \vec{e}(u,v) \text{grad } T_n^m(u,v) ds_u ds_v \right\}^2 - \right. \end{aligned} \quad (54)$$

$$\left. - i \frac{H_0}{E_0} \sum_n \sum_m \frac{j_n(k\ell)}{\left[\frac{1}{k} + \frac{d}{dx} (j_n(x)x) \right]_{r=\ell}} \cdot \frac{1}{\frac{\partial}{\partial v}} \left[\int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} \left\{ \vec{e}(u,v) \text{grad } Y_n^m(u,v) ds_u ds_v \right\}^2 \right]$$

Aus (43) entnimmt man:

$$e_v(u,v) = \frac{E_0 \ell}{V} \left(\frac{e^{ik\ell}}{k\ell} + \beta \frac{e^{-ik\ell}}{k\ell} \right) + \frac{E_0}{V} \sum_n \sum_m \left[\frac{1}{k} + \frac{d}{dx} (j_n(x)x) \right]_{r=\ell} \frac{\partial Y_n^m}{\partial v} \quad (55)$$

Daraus folgt wegen $U = -iV$

$$\int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} \frac{e_v(u,v)}{V} ds_u ds_v = -i E_0 \left(\frac{e^{ik\ell}}{k\ell} + \beta \frac{e^{-ik\ell}}{k\ell} \right) \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} du dv$$

In Verbindung mit (55) erhält man aus dieser Gleichung:

$$\int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} \frac{e_v(u,v)}{V} ds_u ds_v = -i E_0 \left(\frac{e^{ik\ell}}{k\ell} + \beta \frac{e^{-ik\ell}}{k\ell} \right) \int_{K-2ik'}^{K+2ik'} \int_0^{v_0} du dv \quad (56)$$

Wegen der Randbedingung $Y_n^m(u, v_0) = Y_n^m(u, 0) = 0$ trägt der Summenausdruck auf der rechten Seite von (55) zur Integration nichts bei. Dividiert man die Gleichung (54) durch

$$\left[\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'1} \int_0^{v_0} \rho_v(u,v) \frac{ds_u ds_v}{V} \right]^2$$

so erhält man bei Berücksichtigung von (56):

$$\begin{aligned} & \frac{e^{ix\ell} - \beta e^{-ix\ell}}{e^{ix\ell} + \beta e^{-ix\ell}} \cdot \frac{1}{-i \int_{K-2ik'0}^{K+2ik'1} du dv} = \\ & = \frac{i}{\left[\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'1} \int_0^{v_0} \rho_v \frac{ds_u ds_v}{V} \right]^2} \left\{ \sum_n \sum_m \frac{h_n^1(x\ell)}{\left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (h_n^1(x\ell) K) \right]_{x=\ell}} \cdot \frac{1}{g_{nn}} \left[\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'1} \int_0^{v_0} \vec{e}(u,v) \operatorname{grad} T_m^1(u,v) ds_u ds_v \right]^2 - \right. \\ & \left. - \sum_v \sum_\mu \frac{j_v(x\ell)}{\left[\frac{1}{K} \frac{d}{dx} (j_v(x\ell) K) \right]_{x=\ell}} \cdot \frac{1}{g_{vv}} \left[\int_{K-2ik'0}^{K+2ik'1} \int_0^{v_0} \vec{e}(u,v) \operatorname{grad} Y_\mu^1(u,v) ds_u ds_v \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (57)$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist proportional dem auf das offene Ende der elliptischen Kegelleitung bei $r = 1$ bezogenen, komplexen Abschlussleitwert der TEM - Welle [4].

Die Gleichung (57) ist die gesuchte stationäre Darstellung für den Abschlussleitwert und damit natürlich auch für den Reflexionskoeffizienten der TEM - Welle in einer elliptischen Kegelleitung. Damit ist das den vorliegenden Untersuchungen am Anfang gesteckte Ziel erreicht. Gleichung (56) ist für sämtliche Kegelstrahler aus der Schar der Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt gültig.

5.7. Anwendung auf rotationssymmetrische Kegelantennen.

Ein Vergleich der Gleichung (57) mit der von anderen Autoren hergeleiteten stationären Darstellung des Reflexionsfaktors für den Spezialfall eines rotationssymmetrischen Kegelstrahlers [4], [20] zeigt einen bis ins Detail analogen Aufbau der vorliegenden allgemeinen Gleichung (57) mit der Darstellung für den Spezialfall der Rotationssymmetrie. Dieser rotationssymmetrische Spezialfall lässt sich mit Gleichung (57) ebenfalls beschreiben. In diesem Fall wird

$$\begin{aligned} k &= 1 \\ k' &= 0 \end{aligned}$$

Der Vektor der elektrischen Feldstärke $\vec{E} = (E_r; E_u; E_v)$ geht

über in $\vec{E} = (E_r; E_\theta; E_\varphi)$ und der Vektor $\vec{e}(u,v) = (e_u(u,v); e_v(u,v))$ geht über in den Vektor $\vec{e}(\theta, \varphi) = (e_\theta(\theta, \varphi); e_\varphi(\theta, \varphi)) = (E_\theta(1, \theta, \varphi); E_\varphi(1, \theta, \varphi))$.
Wegen der Transformationseigenschaften des Debye-Potentials und des Gradienten kann man einfach setzen:

$$\vec{e}(\theta, \varphi) = \text{grad } \psi(\theta, \varphi)$$

Im rotationssymmetrischen Fall ist $m = \mu = 0$ [1], als Lösungsfunktionen treten auf

im Aussenraum Legendresche Polynome

$$T_n(\vartheta) = P_{2p+1}(\cos \vartheta) \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

im Innenraum Legendresche Funktionen mit dem Index ν

$$Y_\nu(\vartheta) = P_\nu(\cos \vartheta) - P_\nu(-\cos \vartheta)$$

Aus dem Oberflächenelement $ds_u ds_v$ wird

$$ds_\theta ds_\varphi = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

Aus dem Integral $-i \iint du dv$ erhält man bei Übergang zu Kugelkoordinaten

$$\iint_{0, \pi/2}^{\pi, \pi} \frac{d\vartheta d\varphi}{\sin \vartheta} = 2\pi \ln \cot \frac{\alpha}{2}$$

Ausserdem geht der Ausdruck $\iint e_\theta \frac{ds_u ds_v}{V}$ über in

$$2\pi \int_{\vartheta_0}^{\frac{\pi}{2}} e_\theta(\vartheta) d\vartheta$$

Berücksichtigt man noch die für sphärische Zylinderfunktionen gültige Beziehung

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} (x h_n'(x)) = h_{n-1}(x) - \frac{n}{x} h_n(x) \quad (58)$$

dann erhält man aus Gleichung (57) für den Fall rotationssymmetrischer Kegel die folgende stationäre Darstellung für den Reflexionsfaktor:

$$(59)$$

$$\frac{e^{ix\ell} - \beta e^{-ix\ell}}{e^{ix\ell} + \beta e^{-ix\ell}} \cdot \frac{1}{\ln \cot \frac{\theta}{2}} =$$

$$= \frac{i}{\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} e_{\theta}(\theta) d\theta \right]^2} \left\{ \sum_{n=1,3,5} \frac{(2n+1) h_n^4(x\ell)}{n(n+1) \left[h_n^4(x\ell) - \frac{1}{x\ell} h_n(x\ell) \right]} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} e_{\theta}(\theta) P_n^1(\cos \theta) \sin \theta d\theta \right]^2 - \right.$$

$$\left. - \sum_{\nu} \frac{j_{\nu}(x\ell)}{\left[x^2 \frac{d}{dx} (j_{\nu}(x\ell) x) \right]_{x=\ell}} \cdot \frac{\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} e_{\theta} \frac{dY_{\nu}(\cos \theta)}{d\theta} \sin \theta d\theta \right]^2}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{dY_{\nu}(\cos \theta)}{d\theta} \right]^2 \sin \theta d\theta} \right\} \quad (59)$$

Diese Gleichung (59) ist identisch mit der von anderen Autoren [21], [4] für das gleiche Problem hergeleiteten stationären Darstellung für den Reflexionskoeffizienten.

5.8. Berechnung des Reflexionsfaktors von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt in erster Näherung.

Abschliessend soll aus Gleichung (57) der Reflexionsfaktor β von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt in erster Näherung berechnet werden.

In einfachster Näherung kann man ansetzen:

$$\psi^{(0)} = v \quad (60a)$$

und damit

$$\vec{e}(u, v) = (0, \frac{1}{v}) \quad (60b)$$

Mit (60) entsteht aus (57)

$$\frac{e^{ix\ell} - \beta e^{-ix\ell}}{e^{ix\ell} + \beta e^{-ix\ell}} \cdot \frac{1}{4v_0 k^1} =$$

$$= \frac{i}{[-i(4i v_0 k^1)]^2} \sum_n \sum_m \frac{h_n^4(x\ell)}{\left[x^2 \frac{d}{dx} (h_n^4(x\ell) x) \right]_{x=\ell}} \cdot \frac{1}{\int_{u=2i k^1}^{4i k^1} u v} \left[\int_{u=2i k^1}^{4i k^1} \frac{\partial T_n^m}{\partial v} u v du dv \right]^2$$

$$\frac{e^{i\kappa\ell} - \beta e^{-i\kappa\ell}}{e^{i\kappa\ell} + \beta e^{-i\kappa\ell}} = \frac{1}{4v_0\kappa'} \sum_n \sum_m \frac{h_n^A(\kappa\ell)}{\left[\frac{\kappa}{\kappa'} \frac{\partial}{\partial \kappa'} (h_n^A(\kappa v) v)\right]_{\kappa=\kappa'}} \cdot \frac{1}{g_{nn}^{mm}} \left[\int_{\kappa-2i\kappa'}^{\kappa+2i\kappa'} \int_0^{v_0} \frac{\partial T_n^m(u, v)}{\partial v} du dv \right]^2 \quad (61)$$

Es ist aber [1]:

$$g_{nn}^{mm} = \begin{cases} \pi \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} & \text{für } m \neq 0 \\ 2\pi \frac{n(n+1)}{2n+1} & \text{für } m = 0 \end{cases}$$

und

$$\int_{\kappa-2i\kappa'}^{\kappa+2i\kappa'} \int_0^{v_0} \frac{\partial T_n^m}{\partial v} du dv = \int_{\kappa-2i\kappa'}^{\kappa+2i\kappa'} T_n^m(v_0, u) du$$

dann folgt:

$$\frac{e^{i\kappa\ell} - \beta e^{-i\kappa\ell}}{e^{i\kappa\ell} + \beta e^{-i\kappa\ell}} = \sum_n \sum_m \frac{(2n+1)(n-m)!}{i\pi v_0 \kappa' n(n+1)(n+m)} \frac{h_n^A(\kappa\ell)}{\left[\frac{\kappa}{\kappa'} \frac{\partial}{\partial \kappa'} (h_n^A(\kappa v) v)\right]_{\kappa=\kappa'}} \left[\int_{\kappa-2i\kappa'}^{\kappa+2i\kappa'} T_n^m(v_0, u) du \right]^2$$

Mit $T_n^m(u, v) = C_{2p+1}^{2j}$ nach (22) und (22a) in Anlehnung an [1] erhält man daraus mit (58)

$$\frac{e^{i\kappa\ell} - \beta e^{-i\kappa\ell}}{e^{i\kappa\ell} + \beta e^{-i\kappa\ell}} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2(4p+3)(2p+1-2j)}{i\pi v_0 \kappa' (p+1)(2p+3)(2p+1+2j)} \times \quad (62)$$

$$\times \frac{h_{2p+1}^A(\kappa\ell)}{h_{2p}^A(\kappa\ell) - \frac{2p+1}{\kappa\ell} h_{2p+1}^A(\kappa\ell)} \left[\int_{\kappa-2i\kappa'}^{\kappa} C_{2p+1}^{2j}(v_0, u) du \right]^2$$

Diese Gleichung (61) ist identisch mit dem auf anderem Wege von Blume [1] für die Berechnung des Reflexionskoeffizienten hergeleiteten Ausdruck.

Der Näherungsansatz (20) ist gleichbedeutend mit der alleinigen Berücksichtigung der TEM - Welle in der elliptischen Kegelleitung. Deswegen erhält man damit für den Reflexionsfaktor β auch nur einen ersten Näherungswert. Eine vollständige Lösung erhält man, wenn man für das Debyesche Potential an Stelle von (60a) den folgenden Ansatz macht:

$$\psi(\ell, u, v) = a_1 v + \sum_y \sum_{\mu} a_y^{\mu} \gamma_y^{\mu}(u, v) \quad (62)$$

Aus (62) erhält man für die Grösse $\vec{e}(u,v)$:

$$\vec{e}(u,v) = \left(0, \frac{a_1}{v}\right) + \sum_v \sum_{\mu} a_{\mu}^{\nu} \text{grad } Y_{\mu}^{\nu}(u,v) \quad (63)$$

Wegen des homogenen Charakters von (57) kann man, wie in (59) bereits geschehen, $a_1 = 1$ setzen. Geht man mit (63) in (57) ein, dann erhält man über eine Variation des auf der linken Seite stehenden Abschlussleitwertes ein System von Gleichungen für die in (63) unbekannten Koeffizienten a_{μ}^{ν} . Die Rechnung würde in diesem Fall analog zu den in [21] durchgeführten Berechnungen verlaufen. Der Ansatz (63) bedingt aber eine Kenntnis der Eigenwerte μ und ν und der Eigenfunktionen $Y_{\mu}^{\nu}(u,v)$, deren Bestimmung in der vorliegenden Arbeit nicht durchgeführt wurde. Nach einer Lösung dieses vorwiegend mathematischen Problems der Bestimmung dieser Eigenfunktionen steht einer Berechnung des Reflexionsfaktors β unter Einbeziehung der höheren Wellentypen nichts mehr im Wege. Die Berechnung dieser Eigenwerte und Eigenfunktionen bleibt einer späteren Arbeit vorbehalten.

5.9. Zusammenfassende Betrachtungen

Das Ziel der vorliegenden Überlegungen ist mit Gleichung (57) erreicht. Für den Reflexionsfaktor β wurde in elliptischen Kegelkoordinaten eine stationäre Darstellung hergeleitet, die für alle Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt gültig ist und die es gestattet, bei Kenntnis der Eigenfunktionen den Reflexionsfaktor β und die Entwicklungskoeffizienten des Nah- und Fernfeldes zu berechnen. Für rotationssymmetrische Kegel, die einen Grenzfall des vorliegenden Problems darstellen, ist die Darstellung (57) identisch mit der von anderen Autoren für diesen Spezialfall hergeleiteten stationären Darstellung für den Reflexionsfaktor. Die nach (57) durchgeführte Berechnung des Reflexionsfaktors β in erster Näherung führt für Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt zu dem gleichen Resultat wie die in [1] von Blume auf anderem, "klassischen" Wege hergeleitete TEM - Näherung.

Bei einer Kenntnis der Eigenfunktionen kann man mit Hilfe der Gleichung (57) bei entsprechend hohem numerischen Aufwand eine beliebig weit reichende Berechnung des Reflexionsfaktors vornehmen. Ein Vergleich mit den im 4. Kapitel angestellten Nah-

feldmessungen zeigt aber, dass eine Erweiterung der TEM - Näherung zu keinen grundlegend neuen Aussagen über das Verhalten von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt führen wird. Die höheren Wellentypen liefern im wesentlichen nur einen Beitrag zu der Feinstruktur der Felder, die Eigenschaften eines Strahlers werden hauptsächlich von der TEM - Welle bestimmt. Deswegen kann die noch ausstehende Bestimmung der Eigenfunktionen in einer elliptischen Kegelleitung als vorwiegend mathematisches Problem betrachtet werden, dessen Lösung im wesentlichen die Kenntnisse über den Komplex der Laméschen Funktionen bereichern wird.

6. Zusammenfassung und Schluss.

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Nahfeldmessungen an Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt vermitteln Kenntnisse über die Verteilung und die Struktur der elektromagnetischen Felder auf der Oberfläche von rotationssymmetrischen Kegelantennen und auf der Oberfläche von kreissektorförmigen, ebenen Flächenantennen. Es stellt sich heraus, dass vor allem die Zone in der Umgebung des Fusspunktes und die dort herrschenden Felder das Strahlungsverhalten dieser Antennen wesentlich bestimmen. Ausserdem zeigt sich, dass die neben der TEM - Welle auf einem derartigen Strahler ausgebildeten Oberwellen die Breitbandigkeit dieser Antennen ungünstig beeinflussen.

Eine näherungsweise Berechnung derjenigen Felder, die im Inneren einer an ihrem Ende offenen Kegelantenne herrschen, führt zu einer guten Übereinstimmung der berechneten mit den gemessenen Feldverteilungsfunktionen.

Die Stromverteilungen, die sich auf rotationssymmetrischen Kegeln einstellen, nähern sich mit zunehmender Breitbandigkeit der Antenne derjenigen Stromverteilung, die sich auf einer mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossenen Leitung einstellt. Ein ideal breitbandiger Dipolstrahler wird nach Betrag und Phase die gleiche Stromverteilung aufweisen, wie eine mit ihrem Wellenwiderstand angepasst abgeschlossene Leitung.

Ein Vergleich der aus der vorliegenden Arbeit erhaltenen Messergebnisse mit den in anderen Arbeiten durchgeführten Berechnungen zeigt, dass die dort überall zur Beschreibung von rotationssymmetrischen Kegelantennen oder ebenen, sektorförmigen

Flächenantennen angesetzte TEM - Näherung über die physikalischen Eigenschaften dieser Antennen nahezu vollständige Aussagen macht. Die neben der TEM - Welle mitangeregten Oberwellen leisten im wesentlichen nur einen Beitrag zu der Feinstruktur der Felder. Insbesondere stellt sich heraus, dass die in [1] für ebene, sektorförmige Flächenantennen durchgeführte TEM - Näherung für kleine, mittlere und relativ grosse Öffnungswinkel 2α gerechtfertigt ist. Sie gilt mindestens in einem Bereich von $15^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$.

Mit den vorliegenden Ergebnissen ist die Struktur des Nahfeldes von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt vollständig bekannt.

In einem theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit wird die Schwingersche "Methode der stationären Darstellung" auf das Problem der Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt angewendet. Diese Methode liefert eine Formel, mit der man grundsätzlich bei Kenntnis der in einer elliptischen Kegelleitung auftretenden Eigenfunktionen den Reflexionsfaktor und die Entwicklungskoeffizienten des Nah- und Fernfeldes in beliebiger Näherung berechnen kann. Die nach diesem Verfahren durchgeführte erste Näherung führt bei der Berechnung des Reflexionsfaktors von Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt zu dem gleichen Resultat, wie die von anderen Autoren zur Lösung des gleichen Problems angewandte "klassische" Methode.

Auch wenn man bei der Berechnung des Reflexionsfaktors und des Nahfeldes alle Oberwellen neben der TEM - Welle berücksichtigt, wird man zu keinen neuen Erkenntnissen gelangen, weil bei den wichtigsten Kegelantennen die TEM - Welle die dominierende Rolle spielt. Demnach kann mit der vorliegenden Arbeit der gesamte Komplex der Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt als abgeschlossen und endgültig untersucht gelten.

Die Physik der Kegelantennen mit elliptischem Querschnitt ist erschöpfend behandelt. Was noch übrig bleibt ist ein mathematisches Problem, nämlich die Bestimmung der Eigenwerte und die Untersuchung der Eigenfunktionen in einem von elliptischen Kegeln begrenzten Raum.

Literaturverzeichnis

- [1] Blume, S.: Z. angew. Phys. 16, 220 (1963)
- [2] Blume, S.: Z. angew. Phys. 17, 80 (1964)
- [3] Lipman, B.A. u. J. Schwinger: Phys. Rev. 79, 469 (1950)
- [4] Borgnis, F.E. u. C.H. Papas: Randwertprobleme der Mikrowellenphysik, S. 31, 37, 187 ff. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955
- [5] Morita, T.: Proc. I.R.E. 38, 898 (1950)
- [6] Angelakos, G.: Current and charge distributions on antennas and open wire lines. Dissertation, Cruft Lab. Harvard University, 1950
- [7] Webb, W. and R. Raymond: J.Appl.Phys. 20, 330 (1949)
- [8] Barzilai, G.: Proc. I.R.E. 37, 825 (1949)
- [9] Kraus, J.D. and J.C.Williamson: J.Appl.Phys. 19, 87, (1948)
- [10] Aronoff, M.: Measured phase velocity and current distribution characteristics of helical beam antennas radiating in the beam mode. Master's thesis, Dept. of electrical engineering The Ohio State University 1948
- [11] Marsh, J.A.: Proc. I.R.E. 39, 668 (1951)
- [12] Bell, E.F.: Trans.I.R.E. AP - 8, 559 (1960)
- [13] King, W.P.: The theory of linear antennas. S. 127 ff. Harvard University Press, Cambridge Massachusetts (1956)
- [14] Tischer, F.J.: Mikrowellen - Messtechnik S. 92 ff. u. S 279 ff. Springer Berlin-Göttingen-Heidelberg, F.Bergmann München 1958
- [15] Tischer, F.J.: Kungl.Tekn.Högsk.Handl. Stockholm 45 (1951)
- [16] Meinke, H. u. F.W.Gundlach: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik, S. 138 ff Berlin-Göttingen-Heidelberg Springer 1956
- [17] Blume, S., W.Keydel u. H.Wolter: Z.angew.Phys. 19, 61 (1965)
- [18] Smith, P.D.P.: J.Appl.Phys. 19, 11 (1948)
- [19] Papas, C.H. u. W.P.King: Proc. I.R.E. 37, 1269 (1949)
- [20] Tai, C.T.: J.Appl.Phys. 19, 1165 (1948)
- [21] Tai, C.T.: J.Appl.Phys. 20, 1067 (1949)
- [22] Buchholz, H.: Ann.d.Phys. 37, 173 (1940)
- [23] Tables numériques des fonctions associé de Legendre. Editions de la Revue d'optique 1959, Collection Technique et Scientifique du C.N.E.T.
- [24] Zuhrt, H.: Elektromagnetische Strahlungsfelder S.210, 230 ff Berlin-Göttingen-Heidelberg Springer 1953

- [25] Arlt, G.: Z.angew.Phys. 9, 379 (1957)
- [26] Schelkunoff, S.A.: Proc.I.R.E. 29, 9 (1941)
- [27] Schelkunoff, S.A.: Proc.I.R.E. 34, 1 (1946)
- [28] Lippman, B.A. u. J.Schwinger: Phys. Rev. 79, 469 (1950)
- [29] Franz, W.: Z.Phys. 127, 263 (1949)
- [30] Flügge, S.: Lehrbuch der theoretischen Physik vol. III
S. 155 ff. Berlin-Göttingen-Heidelber Springer 1961
- [31] Bateman Manuscript Project. Editor: A. Erdelyi, Higher trans-
cendental functions vol III S. 44 ff. New York-Toronto-Lon-
don McGraw Hill Book Co. 1955
- [32] Schelkunoff, S.A.: Advanced Antenna Theory S. 12 ff. New
York John Wiley & Sons I.N.C. London Chapman & Hall Ltd. 1952

Diese Arbeit entstand in den Jahren 1964 bis 1967 im Institut für Angewandte Physik der Philipps - Universität Marburg/Lahn.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. H. Wolter danke ich für die Überlassung des Themas, für wertvolle Anregungen und für die stete Förderung der Arbeit.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft bin ich für die Beschaffung und Bereitstellung umfangreicher experimenteller Hilfsmittel zu grossem Dank verpflichtet.

Lebenslauf

Am 11. 7. 1936 wurde ich, Wolfgang Keydel, als Sohn des kaufmännischen Angestellten Rudolf Keydel und seiner Ehefrau Anny, geb. Deuerling, in Berlin geboren. Nach dem Besuch der Volksschule und des humanistischen Alten Gymnasiums in Bamberg und des humanistischen Friedrichsgymnasiums in Kassel legte ich am 3.3.1956 die Reifeprüfung in Kassel ab. An den Universitäten in Marburg und Hamburg studierte ich Naturwissenschaften mit Physik als Hauptfach. Am 30.10.1958 legte ich die Diplomvorprüfung und am 29.7.1963 die Diplomhauptprüfung für Physiker an der Philipps-Universität Marburg/Lahn ab. In den Jahren 1965 und 1966 widmete ich mich neben den Naturwissenschaften noch dem Studium der Ostkirchengeschichte und des slavischen Kulturkreises.

Vom 1.4.1963 bis 1.6.1966 war ich wissenschaftliche Hilfskraft und vom 1.6.1966 bis 15.4.1967 Verwalter einer wissenschaftlichen Assistentenstelle am Institut für Angewandte Physik der Philipps-Universität Marburg.

